Vektori

Jelena Sedlar

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Osnovni pojmovi

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Nadalje:

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Nadalje:

- točke iz prostora označavat ćemo s velikim tiskanim slovima $A, B, C, P, Q, \ldots$

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Nadalje:

- točke iz prostora označavat ćemo s velikim tiskanim slovima $A, B, C, P, Q, \ldots$
- dužinu s krajevima u točkama A i B označavat ćemo s $\overline{AB}$

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Nadalje:

- točke iz prostora označavat ćemo s velikim tiskanim slovima $A, B, C, P, Q, \ldots$
- dužinu s krajevima u točkama A i B označavat ćemo s $\overline{AB}$
- udaljenost točaka A i B označavat ćemo s $d(A, B)$ ili još s $|AB|$

Osnovni pojmovi

O ravnini i prostoru:

- dvodimenzionalni euklidski prostor (tj. ravninu) označavat ćemo s E^2,
- trodimenzionalni euklidski prostor (tj. baš prostor) ćemo označavati s E^3

Nadalje:

- točke iz prostora označavat ćemo s velikim tiskanim slovima $A, B, C, P, Q, \ldots$
- dužinu s krajevima u točkama A i B označavat ćemo s $\overline{AB}$
- udaljenost točaka A i B označavat ćemo s $d(A, B)$ ili još s $|AB|$ (to je ujedno i duljina dužine $\overline{AB}$).

Osnovni pojmovi

Motivacija.

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

vjetar

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

vjetar

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

vjetar

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

temperatura zraka

vjetar

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

1. definiramo pojam usmjerene dužine,

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

1. definiramo pojam usmjerene dužine,
2. uvedemo relaciju sličnosti usmjerenih dužina

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

1. definiramo pojam usmjerene dužine,
2. uvedemo relaciju sličnosti usmjerenih dužina (koja dijeli usmjerene dužine u klase),

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

1. definiramo pojam usmjerene dužine,
2. uvedemo relaciju sličnosti usmjerenih dužina (koja dijeli usmjerene dužine u klase),
3. definiramo vektor kao klasu sličnih usmjerenih dužina.

Osnovni pojmovi

Motivacija. Uočimo da neke fizikalne pojave imaju:

1. samo intenzitet - dobro se opisuju brojem,
2. i intenzitet i smjer - ne mogu se opisati samo brojem.

Neformalnije rečeno, do pojma "vektor" dolazimo tako da:

1. definiramo pojam usmjerene dužine,
2. uvedemo relaciju sličnosti usmjerenih dužina (koja dijeli usmjerene dužine u klase),
3. definiramo vektor kao klasu sličnih usmjerenih dužina.

Ovo radimo jer ne želimo da pojam vektor ovisi o položaju u prostoru.

Osnovni pojmovi

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen,

Osnovni pojmovi

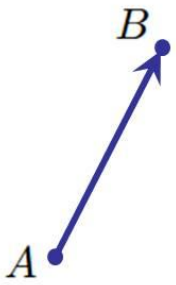
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine,

Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.

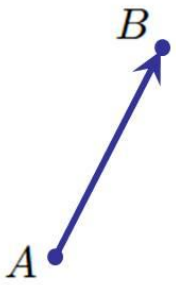
Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Osnovni pojmovi

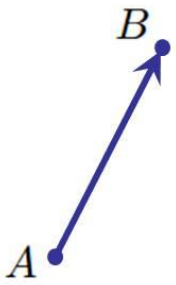
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija.

Osnovni pojmovi

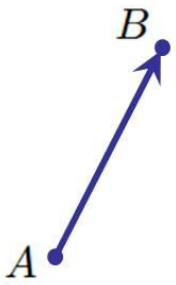
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične

Osnovni pojmovi

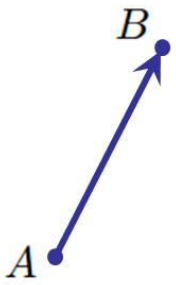
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$),

Osnovni pojmovi

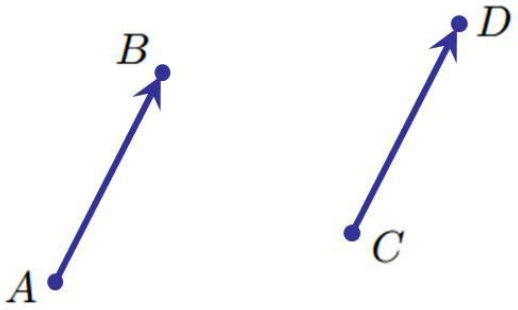
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

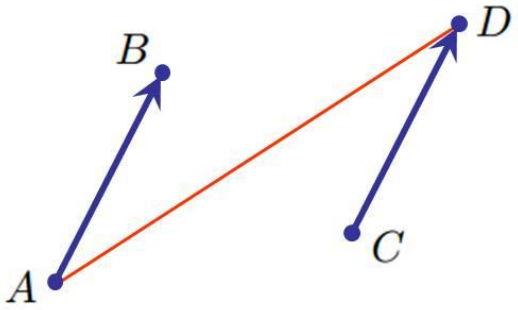
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

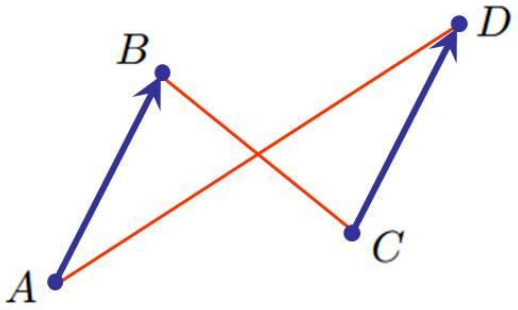
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

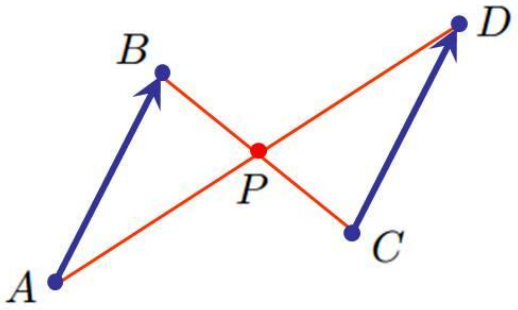
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

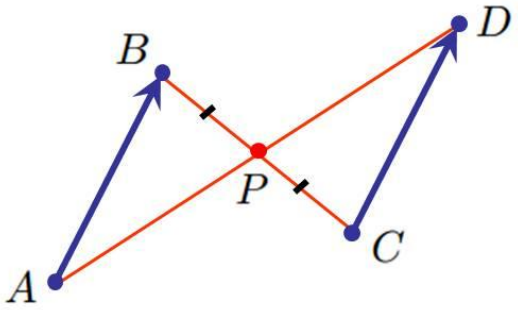
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

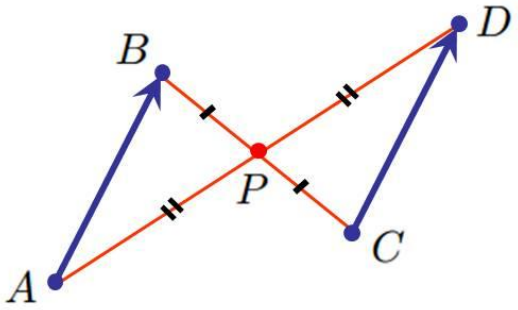
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

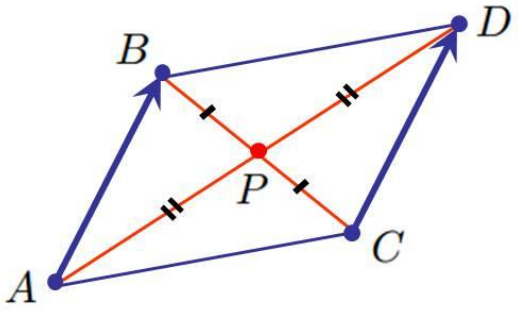
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

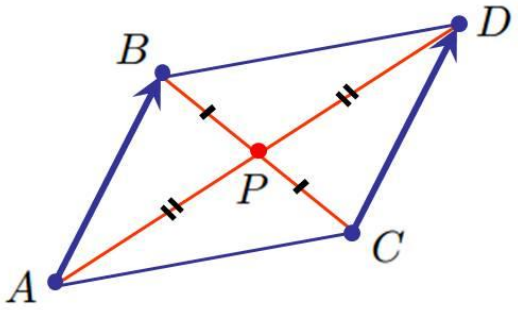
Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.



Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.

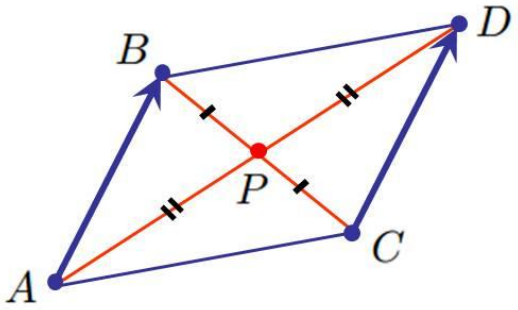


Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.

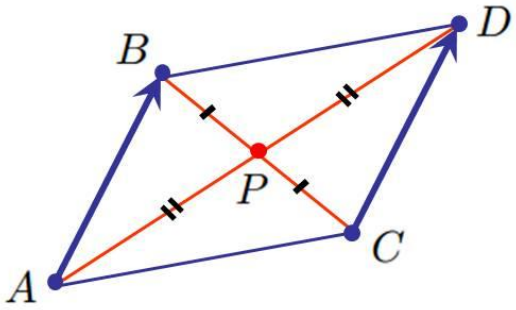


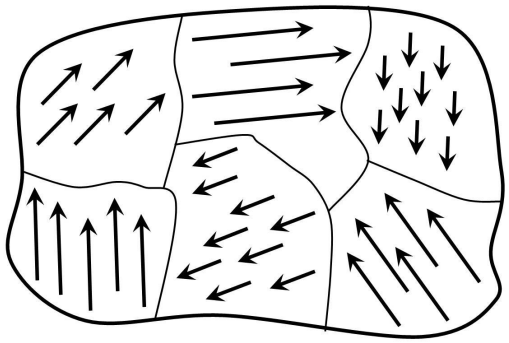
Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Definicija. Vektor je klasa sličnih usmjerenih dužina.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Usmjerena dužina* $\overrightarrow{AB}$ je dužina kod koje je par krajnjih točaka uređen, pa se točka A naziva početkom usmjerene dužine, a točka B krajem.





Definicija. Usmjerene dužine $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su slične (pišemo $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{CD}$), ako dužine $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$ imaju isto polovište.

Definicija. Vektor je klasa sličnih usmjerenih dužina.

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,

Osnovni pojmovi

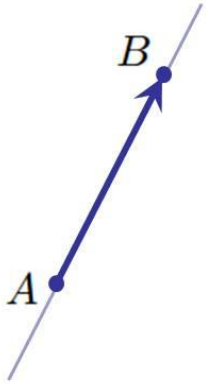
Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

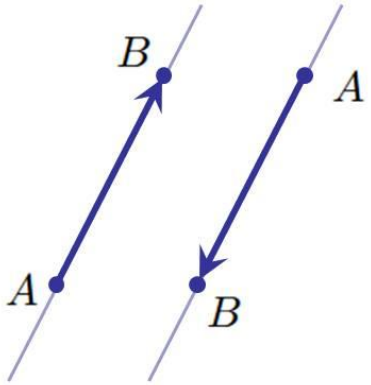
- duljina,
- smjer,
- orijentacija.



Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.



Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Kažemo da su dva vektora:

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Kažemo da su dva vektora:

- kolinearni

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Kažemo da su dva vektora:

- kolinearni - ako imaju isti smjer

Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Kažemo da su dva vektora:

- kolinearni - ako imaju isti smjer (duljina i orijentacija mogu biti različiti).

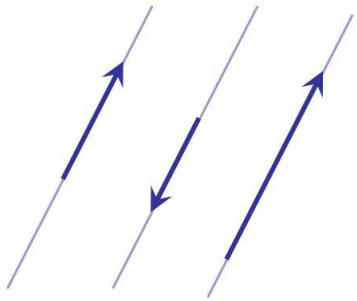
Osnovni pojmovi

Vektor je jednoznačno određen ako mu je zadana:

- duljina,
- smjer,
- orijentacija.

Kažemo da su dva vektora:

- kolinearni - ako imaju isti smjer (duljina i orijentacija mogu biti različiti).



Osnovni pojmovi

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$,

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. *Jedinični vektor* $\overrightarrow{a_0}$ vektora $\overrightarrow{a}$

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. *Jedinični vektor* $\overrightarrow{a_0}$ vektora $\overrightarrow{a}$ je vektor koji ima isti smjer i orijentaciju kao i vektor $\overrightarrow{a}$,

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. *Jedinični vektor* $\overrightarrow{a_0}$ vektora $\overrightarrow{a}$ je vektor koji ima isti smjer i orijentaciju kao i vektor $\overrightarrow{a}$, ali je duljine jedan.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. *Jedinični vektor* $\overrightarrow{a_0}$ vektora $\overrightarrow{a}$ je vektor koji ima isti smjer i orijentaciju kao i vektor $\overrightarrow{a}$, ali je duljine jedan.

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. *Nul-vektor* je vektor koji ima početak i kraj u istoj točki.

Nul-vektor označavamo s $\overrightarrow{0}$, predstavnici su mu sve usmjerene dužine oblika $\overrightarrow{PP}$.

Uočimo da za nul-vektor vrijedi:

- duljina mu je nula,
- smjer nema,
- orijentaciju nema.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a} \neq \overrightarrow{0}$. *Jedinični vektor* $\overrightarrow{a_0}$ vektora $\overrightarrow{a}$ je vektor koji ima isti smjer i orijentaciju kao i vektor $\overrightarrow{a}$, ali je duljine jedan.

Definicija. *Kut* između vektora je kut između njihovih predstavnika.

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

$$broj \cdot vektor = vektor,$$

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

$$broj \cdot vektor = vektor,$$

- skalarni produkt vektora

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

$$broj \cdot vektor = vektor,$$

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj,$$

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

$$broj \cdot vektor = vektor,$$

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj,$$

- vektorski produkt vektora

Osnovni pojmovi

Uvest ćemo sljedeće operacije s vektorima:

- zbrajanje vektora

$$vektor + vektor = vektor,$$

- množenje vektora sa skalarom (brojem)

$$broj \cdot vektor = vektor,$$

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj,$$

- vektorski produkt vektora

$$vektor \times vektor = vektor.$$

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora

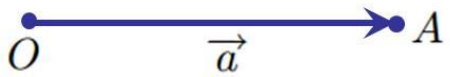
Definicija.

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori.

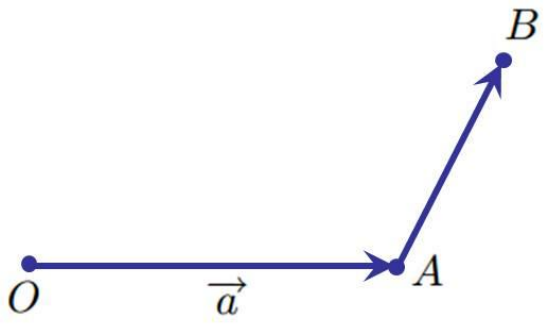
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.

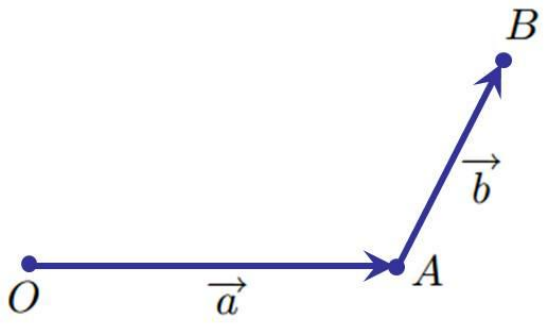
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



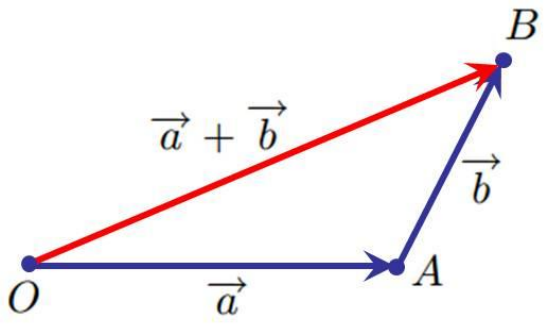
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



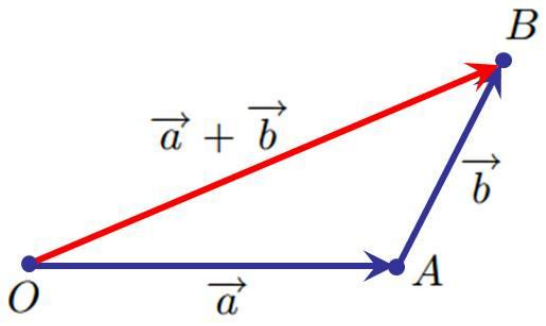
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.

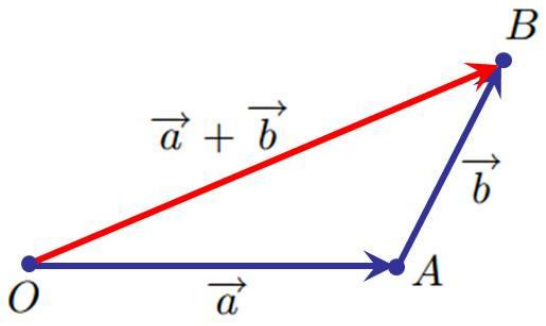


Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.

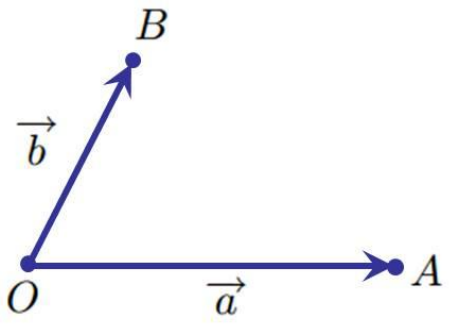


pravilo trokuta

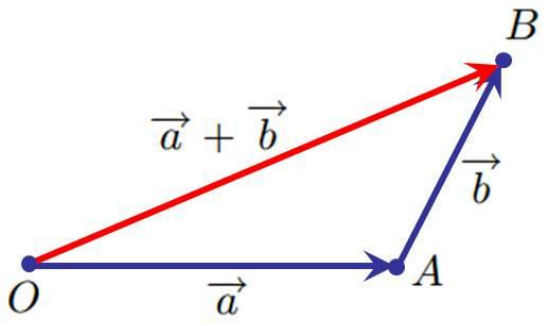
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



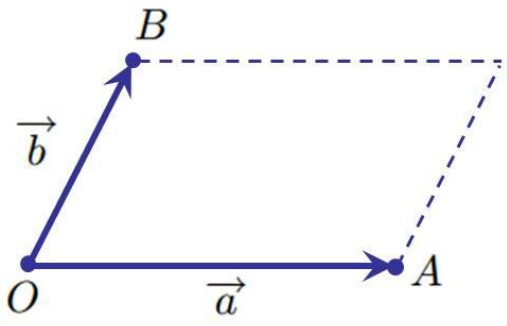
pravilo trokuta



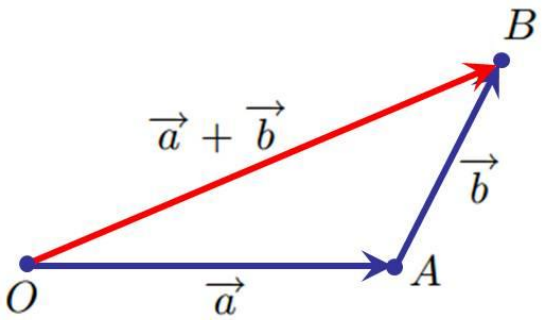
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



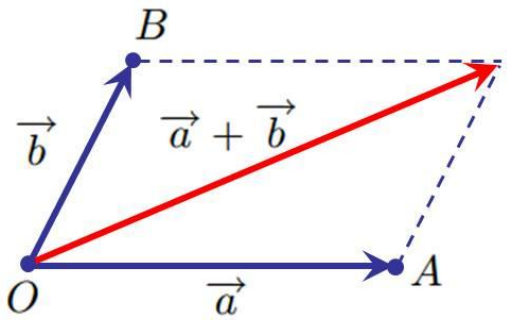
pravilo trokuta



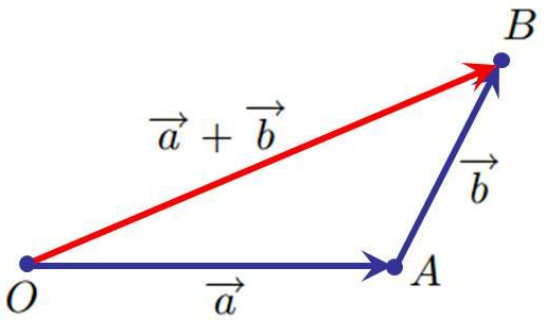
Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



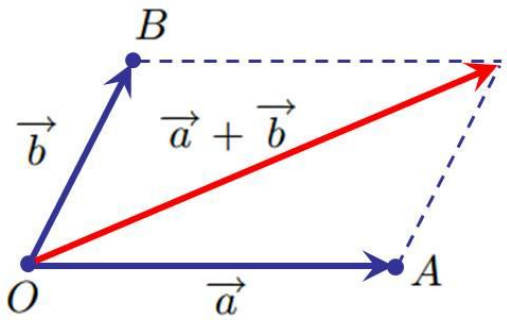
pravilo trokuta



Definicija. Neka su $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{AB}$ vektori. *Zbroj* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** $\overrightarrow{c} \overset{ozn}{=} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.



pravilo trokuta



pravilo paralelograma

Zadatak.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera i duljine.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera i duljine. Odredi grafički vektor $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ po:

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera i duljine. Odredi grafički vektor $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ po: a) pravilu trokuta,

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera i duljine. Odredi grafički vektor $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ po: a) pravilu trokuta, b) pravilu paralelograma!

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$

Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).

Osnovni pojmovi

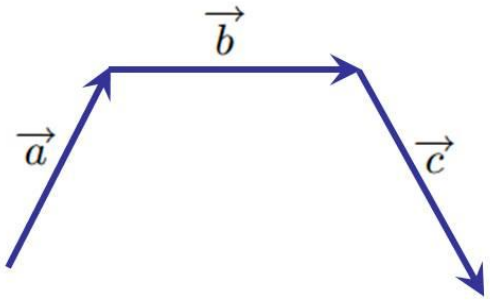
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

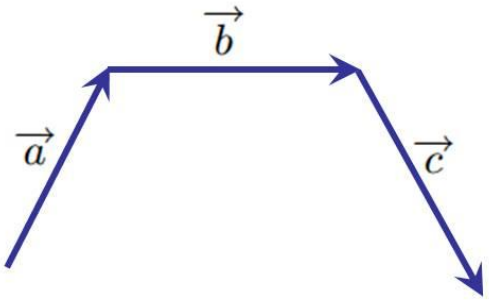
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

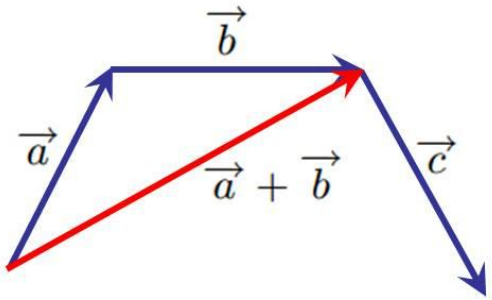
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

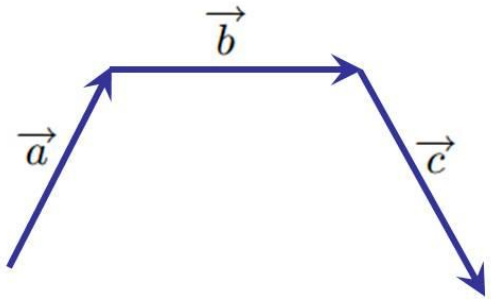
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

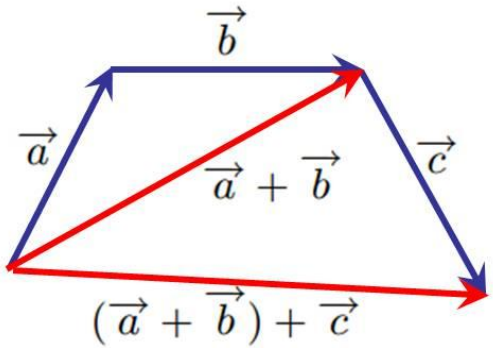
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

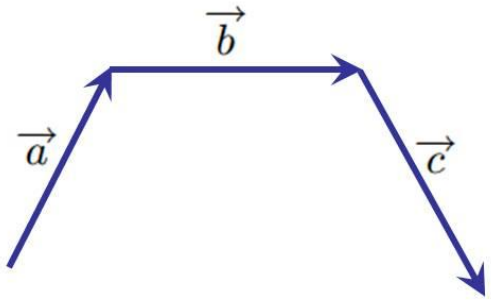
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

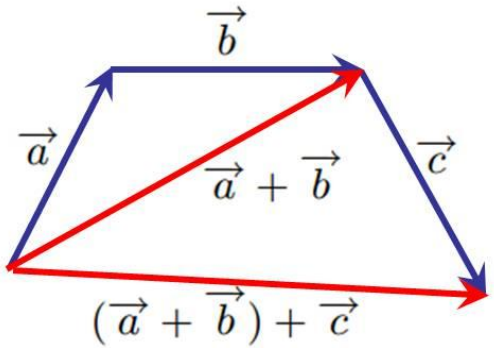
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

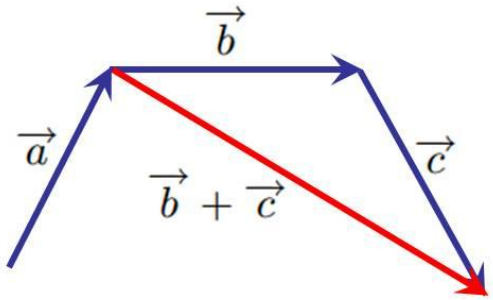
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

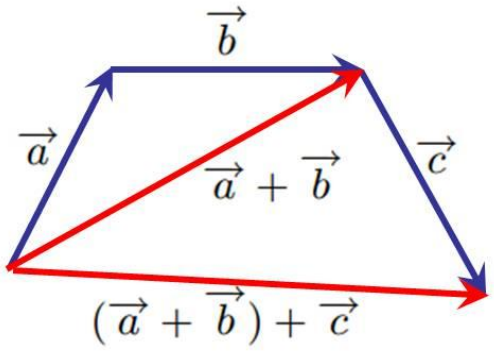
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

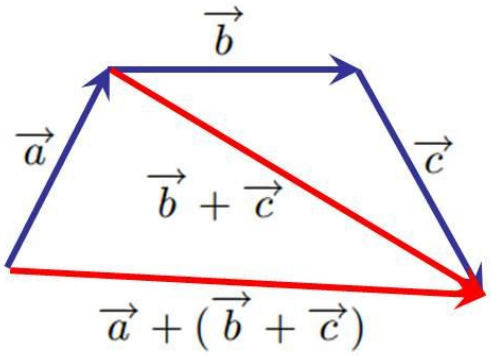
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).

Osnovni pojmovi

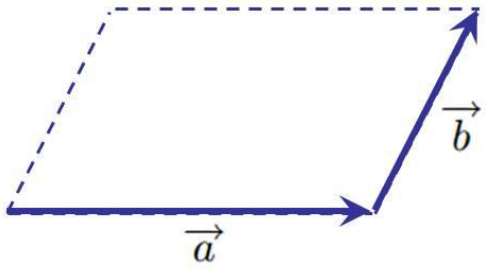
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).



Osnovni pojmovi

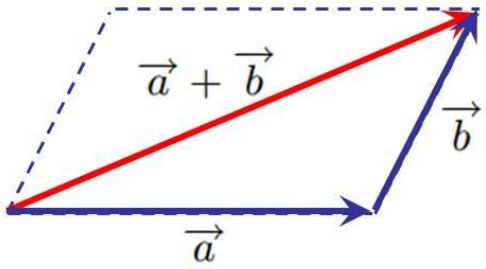
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).



Osnovni pojmovi

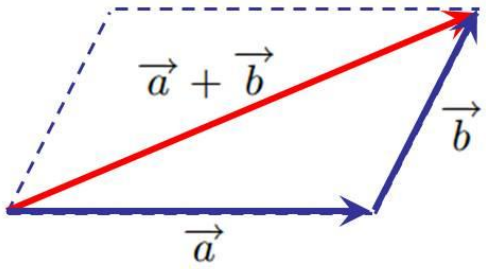
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

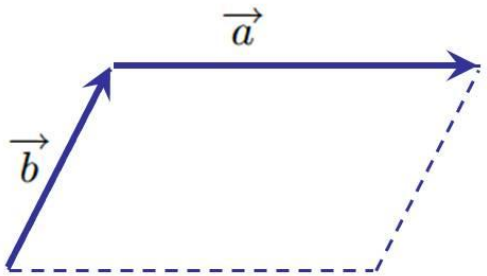
Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).





Osnovni pojmovi

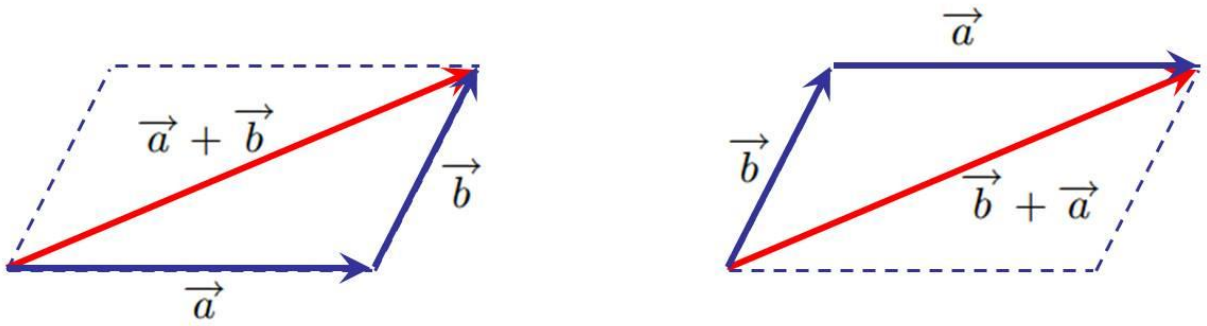
Zbrajanje vektora ima sljedeća svojstva:

Z1) $\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)+\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\left(\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}\right)$ (asocijativnost),

Z2) $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=\overrightarrow{b}+\overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Z3) za svaki vektor $\overrightarrow{a}$ vrijedi $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{a}=\overrightarrow{a}$ (postojanje neutralnog elementa),

Z4) za svaki vektor $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{PQ}$ postoji njemu *suprotan vektor* $-\overrightarrow{a}=\overrightarrow{QP}$ takav da je $\overrightarrow{a}+(-\overrightarrow{a})=\overrightarrow{0}$ (postojanje suprotnog elementa).



Osnovni pojmovi

Pravilo mnogokuta.

Osnovni pojmovi

Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\overrightarrow{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \overrightarrow{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

Osnovni pojmovi

Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\overrightarrow{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \overrightarrow{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\overrightarrow{a}_1 + \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Osnovni pojmovi

Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\overrightarrow{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \overrightarrow{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\overrightarrow{a}_1 + \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.

Osnovni pojmovi

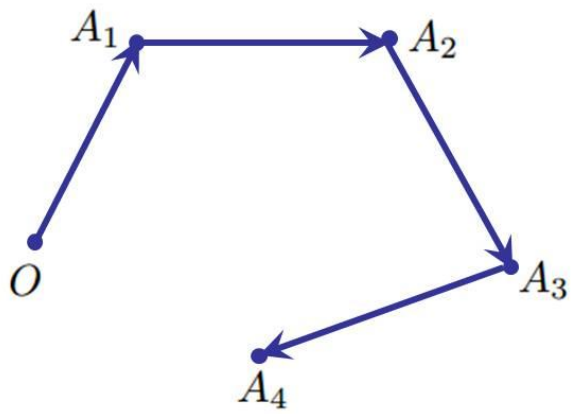
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\overrightarrow{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \overrightarrow{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\overrightarrow{a}_1 + \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.



Osnovni pojmovi

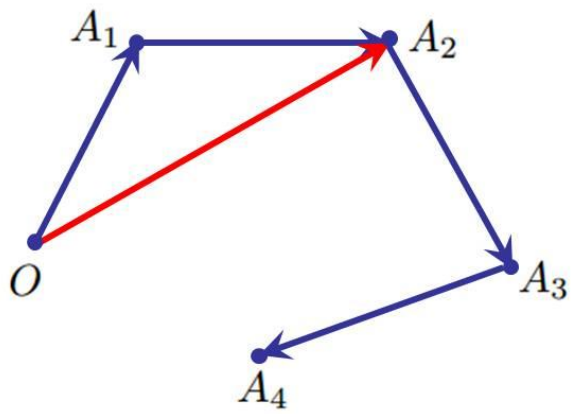
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\vec{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \vec{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \vec{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots + \vec{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.



Osnovni pojmovi

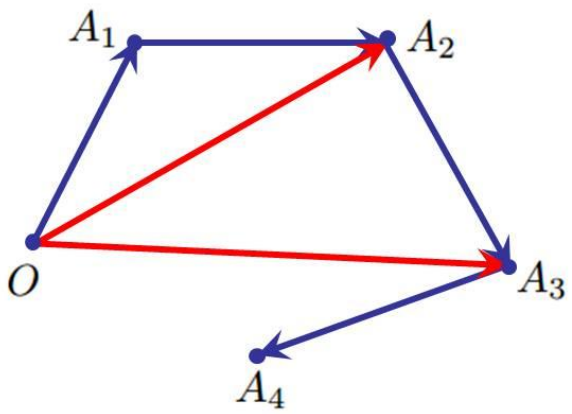
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\vec{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \vec{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \vec{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots + \vec{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.



Osnovni pojmovi

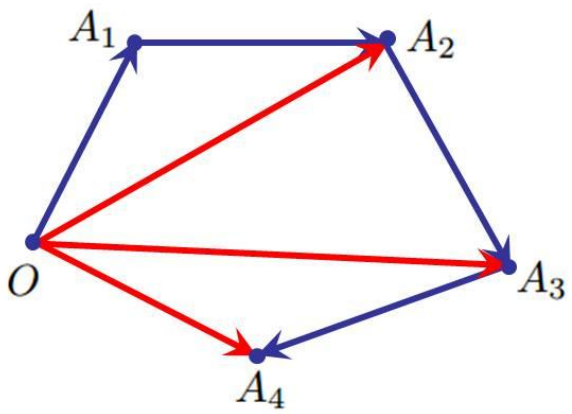
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\vec{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \vec{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \vec{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots + \vec{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.



Osnovni pojmovi

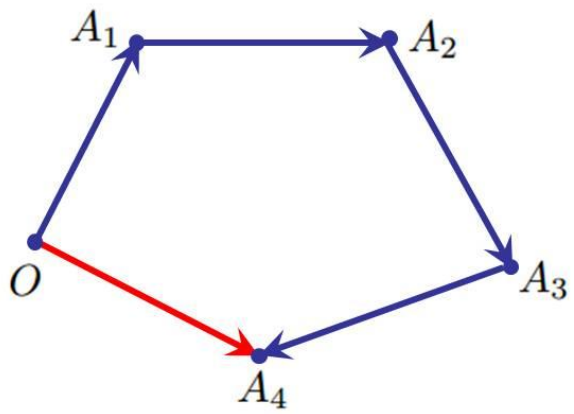
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

$$\vec{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \vec{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \vec{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots + \vec{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.



Osnovni pojmovi

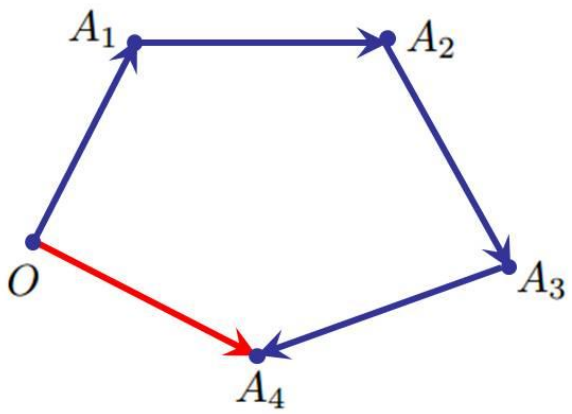
Pravilo mnogokuta. Ako su zadani vektori

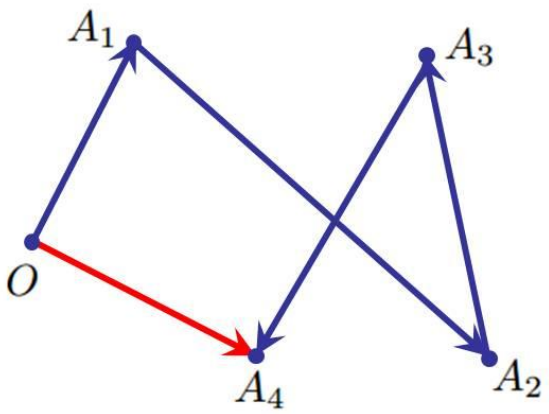
$$\overrightarrow{a}_1 = \overrightarrow{OA_1},\ \overrightarrow{a}_2 = \overrightarrow{A_1A_2}, \ldots,\ \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{A_{n-1}A_n},$$

onda je

$$\overrightarrow{a}_1 + \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \overrightarrow{a}_n = \overrightarrow{OA_n}.$$

Ovo pravilo slijedi iz pravila trokuta i svojstva asocijativnosti zbrajanja.





Zadatak.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ različitog smjera i duljine.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ različitog smjera i duljine. Odredi grafički vektor $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$.

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$,

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.

Osnovni pojmovi

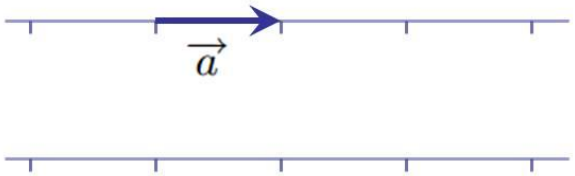
Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.



Osnovni pojmovi

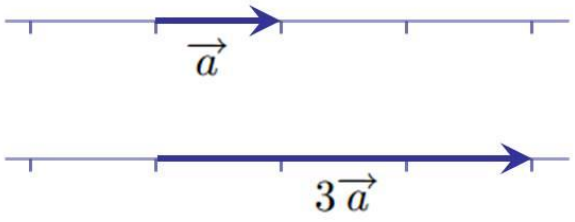
Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.



Osnovni pojmovi

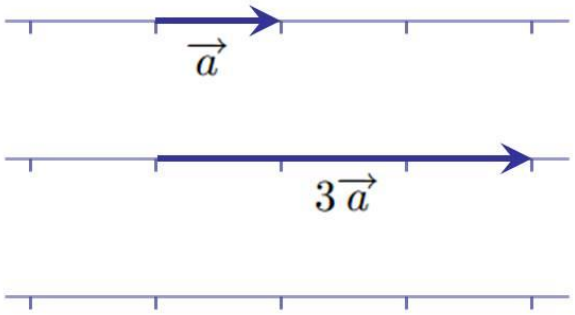
Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.



Osnovni pojmovi

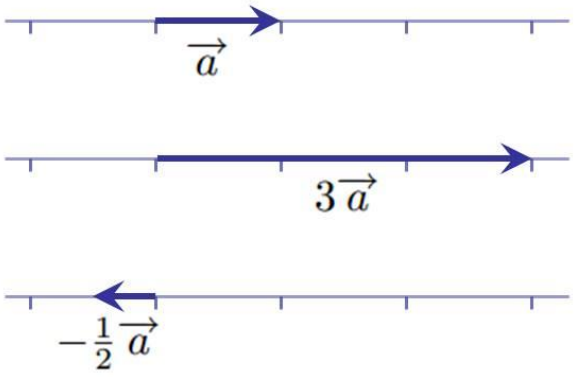
Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.



Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **vektor** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.

Napomena.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **vektor** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.

Napomena. Vektor $\overrightarrow{b}$ je kolinearan vektoru $\overrightarrow{a}$

Osnovni pojmovi

Množenje vektora sa skalarom

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Umnožak vektora $\overrightarrow{a}$ i skalara λ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo $\lambda\overrightarrow{a}$, a koji je definiran sa:

- $\lambda\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ako je $\lambda = 0$ ili $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$.

U suprotnom, vektor $\lambda\overrightarrow{a}$ ima:

- duljinu - jednaku duljini vektora $\overrightarrow{a}$ pomnoženoj sa $|\lambda|$,
- smjer - jednak smjeru vektora $\overrightarrow{a}$,
- orijentaciju - jednaku orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda > 0$, suprotnu orijentaciji od $\overrightarrow{a}$ za $\lambda < 0$.

Napomena. Vektor $\overrightarrow{b}$ je kolinearan vektoru $\overrightarrow{a}$ ako i samo je $\overrightarrow{b} = \lambda\overrightarrow{a}$ za neki $\lambda \in \mathbb{R}$.

Zadatak.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera. Odredi grafički vektor: a) $2\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, b) $\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera. Odredi grafički vektor: a) $2\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, b) $\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$.

Zadatak.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera. Odredi grafički vektor: a) $2\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, b) $\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ različitog smjera.

Osnovni pojmovi

Zadatak. Skiciraj neki vektor $\overrightarrow{a}$. Odredi grafički vektor: a) $4\overrightarrow{a}$, b) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$, c) $-\frac{3}{2}\overrightarrow{a}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ različitog smjera. Odredi grafički vektor: a) $2\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}$, b) $\overrightarrow{a}-3\overrightarrow{b}$.

Zadatak. Skiciraj neke vektore $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ različitog smjera. Odredi grafički vektor $\overrightarrow{a}+\frac{1}{2}\overrightarrow{b}-2\overrightarrow{c}$.

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ (distributivnost prema zbrajanju u V^3),

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ (distributivnost prema zbrajanju u V^3),

M2) $(\lambda + \mu)\overrightarrow{a} = \lambda\overrightarrow{a} + \mu\overrightarrow{a}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ (distributivnost prema zbrajanju u V^3),

M2) $(\lambda + \mu)\overrightarrow{a} = \lambda\overrightarrow{a} + \mu\overrightarrow{a}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

M3) $(\lambda\mu)\overrightarrow{a} = \lambda(\mu\overrightarrow{a})$ (kompatibilnost množenja),

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ (distributivnost prema zbrajanju u V^3),

M2) $(\lambda + \mu)\overrightarrow{a} = \lambda\overrightarrow{a} + \mu\overrightarrow{a}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

M3) $(\lambda\mu)\overrightarrow{a} = \lambda(\mu\overrightarrow{a})$ (kompatibilnost množenja),

M4) $0\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$,

Osnovni pojmovi

Množenje vektora skalarom ima sljedeća svojstva:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda\overrightarrow{a} + \lambda\overrightarrow{b}$ (distributivnost prema zbrajanju u V^3),

M2) $(\lambda + \mu)\overrightarrow{a} = \lambda\overrightarrow{a} + \mu\overrightarrow{a}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

M3) $(\lambda\mu)\overrightarrow{a} = \lambda(\mu\overrightarrow{a})$ (kompatibilnost množenja),

M4) $0\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$,

M5) $1\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$ (netrivijalnost množenja).

Koordinatizacija ravnine

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.

Koordinatizacija ravnine

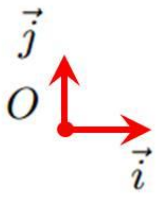
Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.

Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

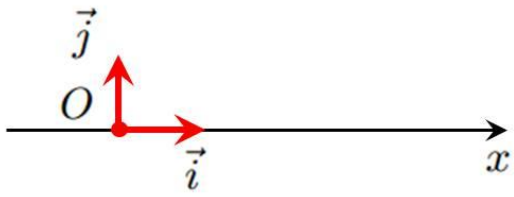
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.



Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

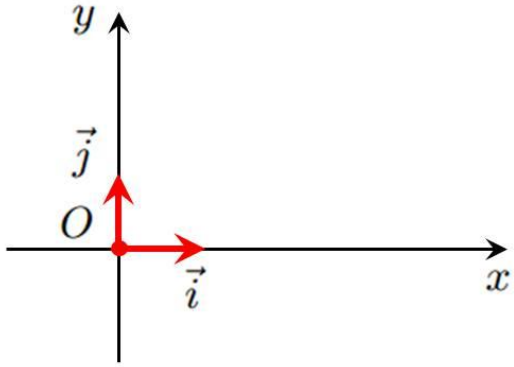
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.



Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

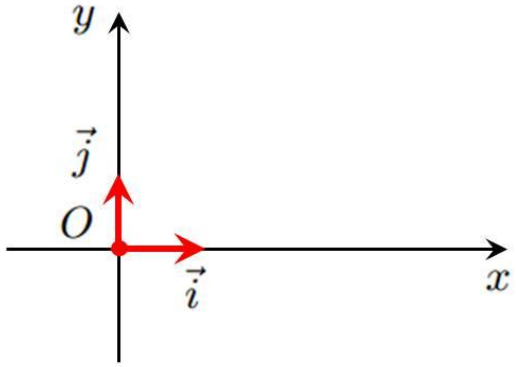
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.

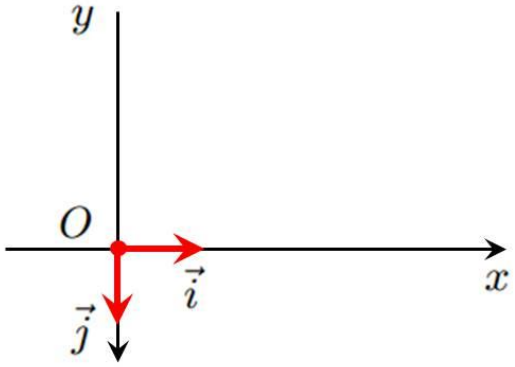


Koordinatizacija ravnine

Neformalnije rečeno, prostor V^2 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo dva vektora $\vec{i}$ i $\vec{j}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = 1$),
  - čine desnu dvojku vektora.





Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0)$,

Koordinatizacija ravnine

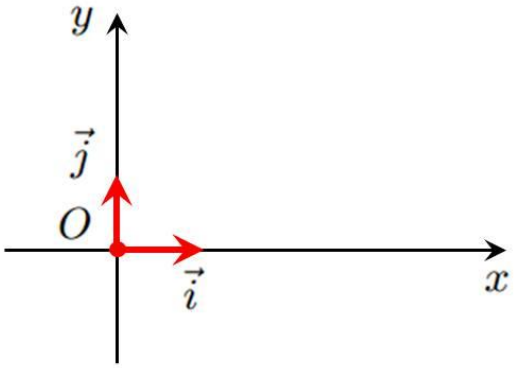
Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.

Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\vec{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

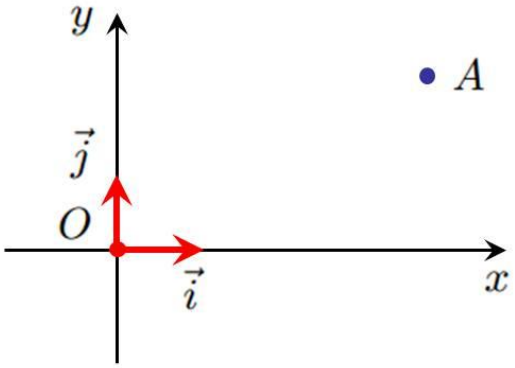
- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\vec{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

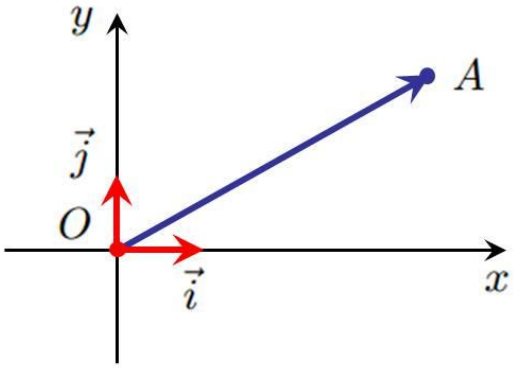
- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\vec{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

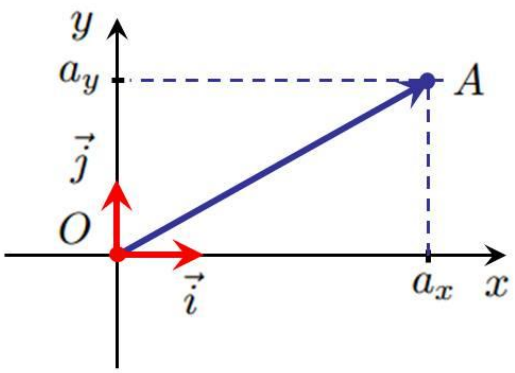
- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\vec{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

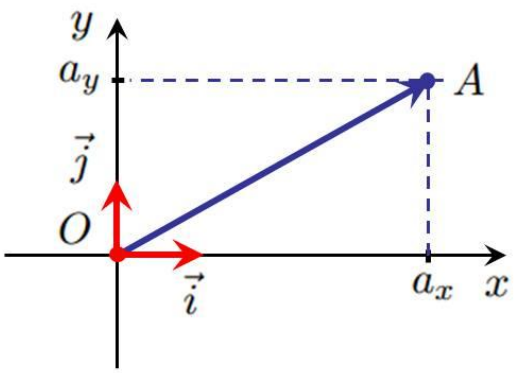
- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



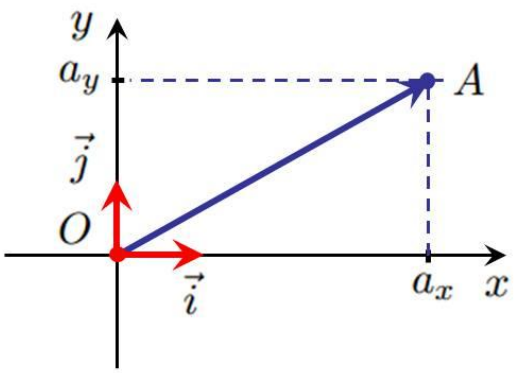
Dakle, vrijedi

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j},$$

Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



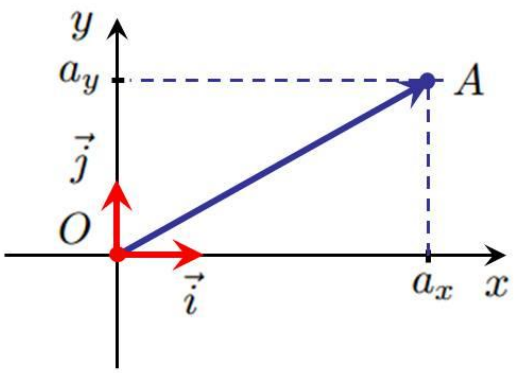
Dakle, vrijedi

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}, \quad |\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Koordinatizacija ravnine

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^2$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y)$.



Dakle, vrijedi

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}, \quad |\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Vektor $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ naziva se radij-vektor točke A.

Koordinatizacija prostora

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.

Koordinatizacija prostora

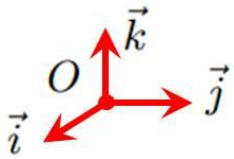
Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.

Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

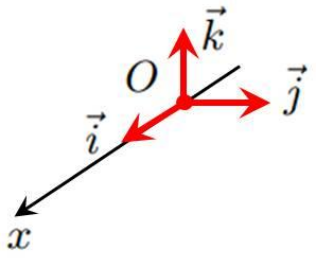
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.



Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

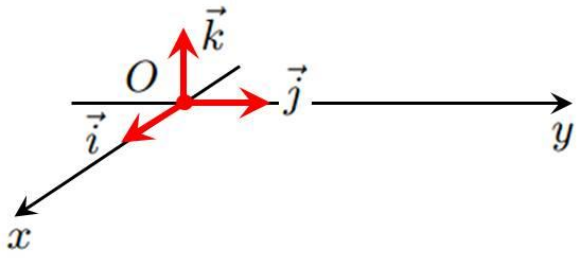
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.



Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

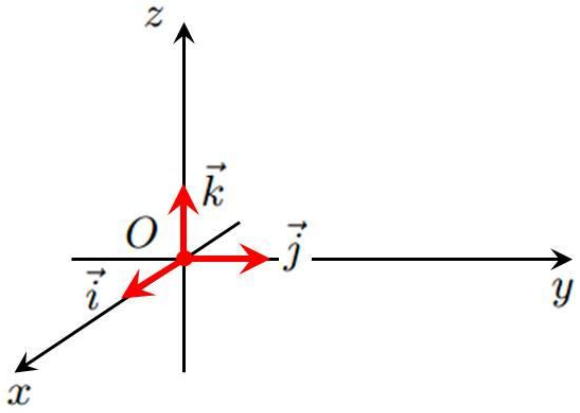
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.



Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

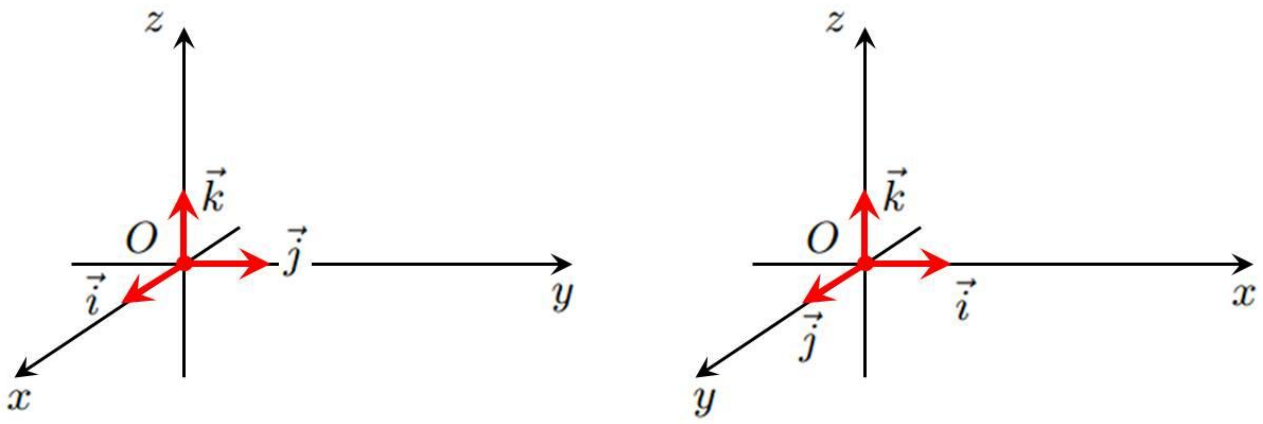
- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.



Koordinatizacija prostora

Neformalnije rečeno, prostor V^3 koordinatiziramo tako da:

- fiksiramo ishodišnu točku O,
- fiksiramo tri vektora $\vec{i}$, $\vec{j}$ i $\vec{k}$ koji su:
  - međusobno okomiti ($\vec{i} \perp \vec{j}$, $\vec{i} \perp \vec{k}$, $\vec{j} \perp \vec{k}$),
  - jedinične duljine ($\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$),
  - čine desnu trojku vektora.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,

Koordinatizacija prostora

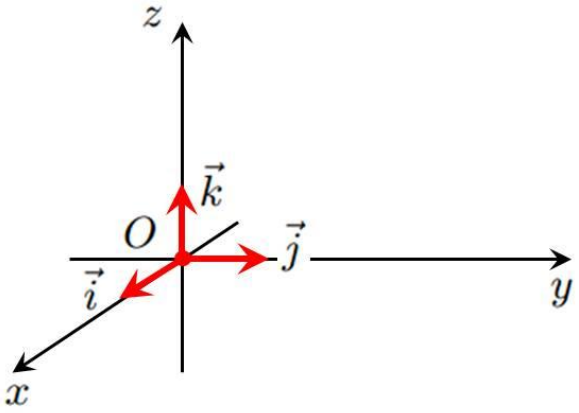
Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.

Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

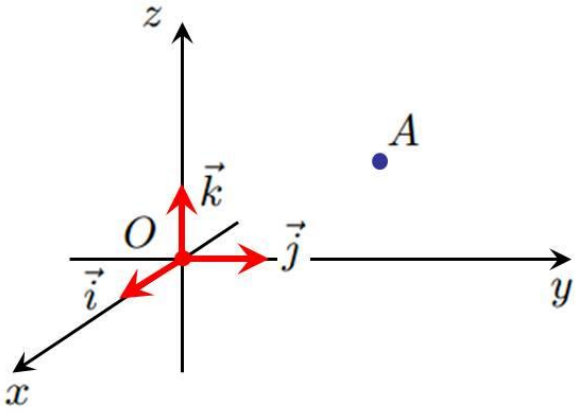
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

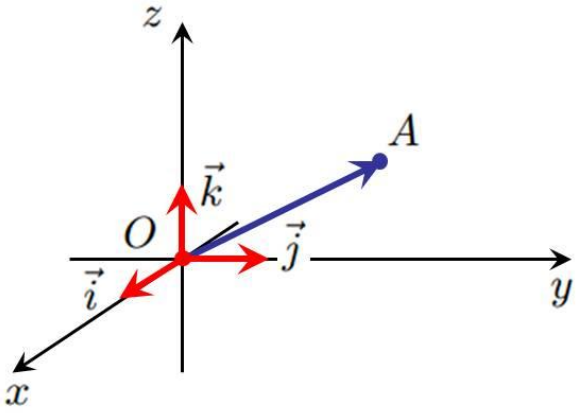
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

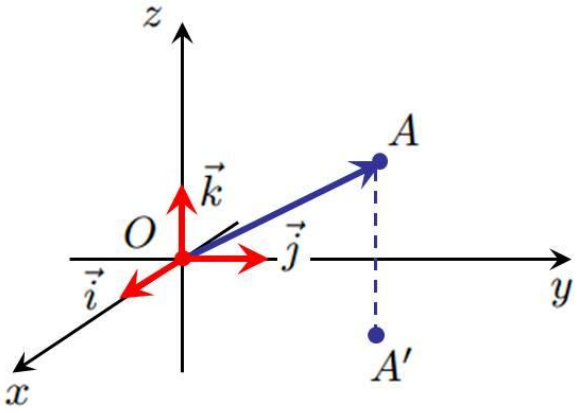
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

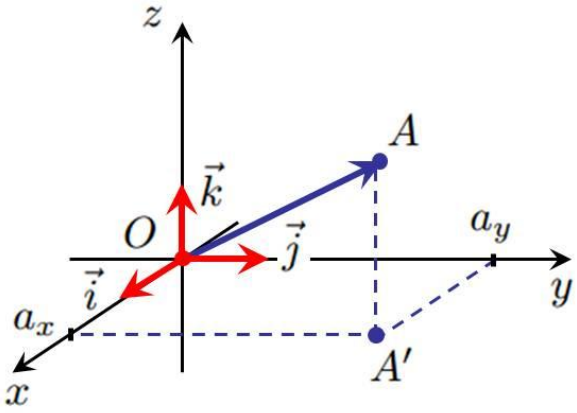
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

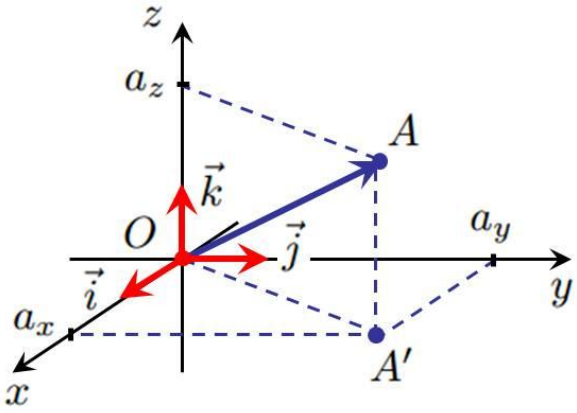
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

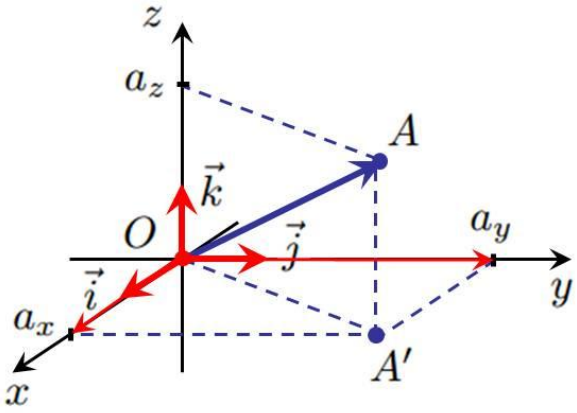
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

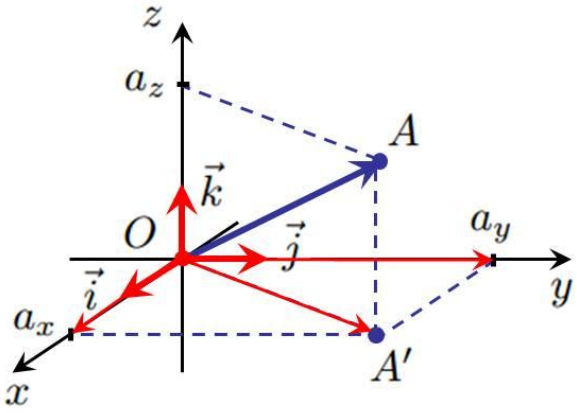
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

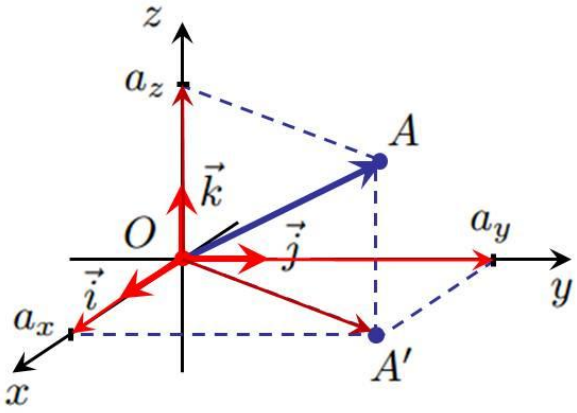
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

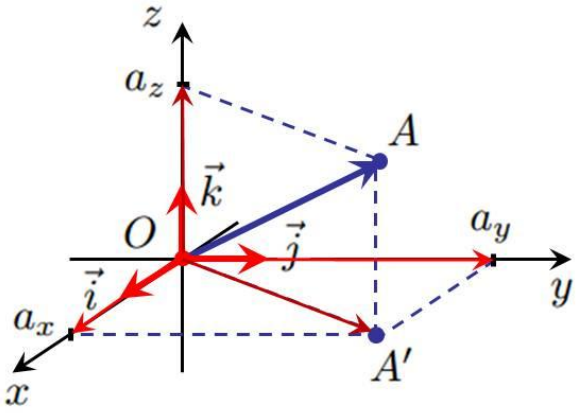
- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



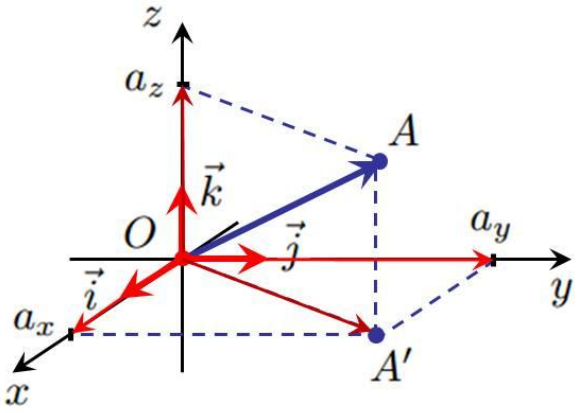
Dakle, vrijedi

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k},$$

Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



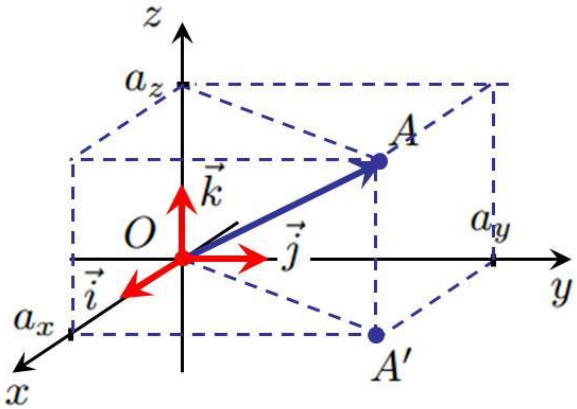
Dakle, vrijedi

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}, \quad |\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\vec{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



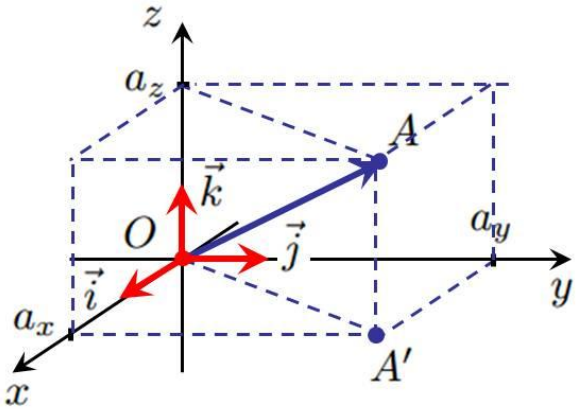
Dakle, vrijedi

$$\vec{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}, \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Koordinatizacija prostora

Svaki vektor $\overrightarrow{a} \in V^3$ predstavljamo usmjerenom dužinom $\overrightarrow{OA}$ koja ima:

- početak u ishodištu $O(0,0,0)$,
- kraj u nekoj točki prostora $A(a_x, a_y, a_z)$.



Dakle, vrijedi

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}, \quad |\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Vektor $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ naziva se radij-vektor točke A.

Koordinatizacija prostora

Zadatak.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;

b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;

b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;

c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak. Zadana je prostorna točka A sa: a) $A(1,3,-1)$, b) $A(0,2,3)$.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak. Zadana je prostorna točka A sa: a) $A(1,3,-1)$, b) $A(0,2,3)$. Napiši radij vektor $\overrightarrow{a}$ točke A.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak. Zadana je prostorna točka A sa: a) $A(1,3,-1)$, b) $A(0,2,3)$. Napiši radij vektor $\overrightarrow{a}$ točke A.

Zadatak.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak. Zadana je prostorna točka A sa: a) $A(1,3,-1)$, b) $A(0,2,3)$. Napiši radij vektor $\overrightarrow{a}$ točke A.

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a}$ sa: a) $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$, b) $\overrightarrow{a} = \vec{j} - \vec{k}$.

Koordinatizacija prostora

Zadatak. Gdje u prostornom koordinatnom sustavu leže točke:

a) $T(2,0,0)$, $T(-1,0,0)$, $T(0,3,0)$, $T(0,0,2)$;
b) $T(2,1,0)$, $T(1,-2,0)$, $T(1,0,3)$, $T(0,1,2)$;
c) $T(1,2,3)$, $T(2,-1,1)$.

Zadatak. Zadana je prostorna točka A sa: a) $A(1,3,-1)$, b) $A(0,2,3)$. Napiši radij vektor $\overrightarrow{a}$ točke A.

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a}$ sa: a) $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{k}$, b) $\overrightarrow{a} = \vec{j} - \vec{k}$. Napiši koordinate točke A čiji je to radij vektor.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija.

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

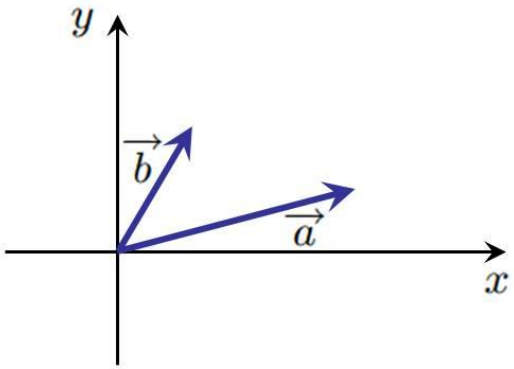
$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

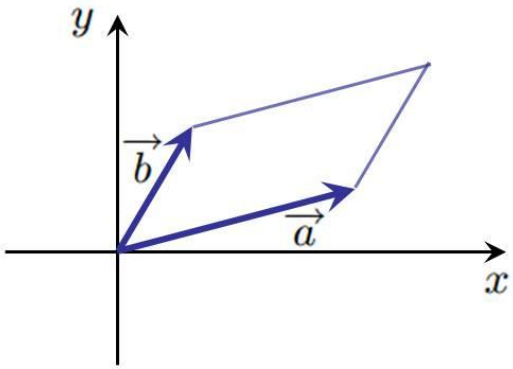


Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

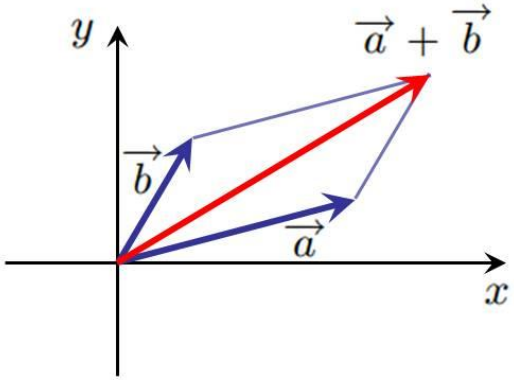


Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

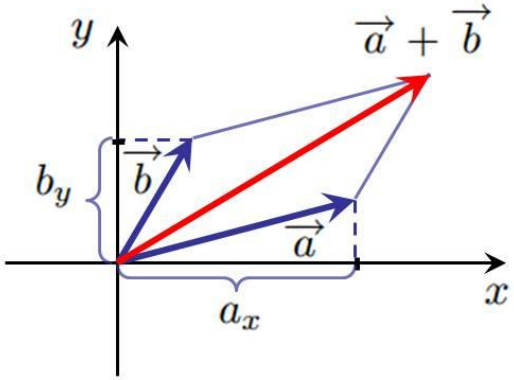


Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

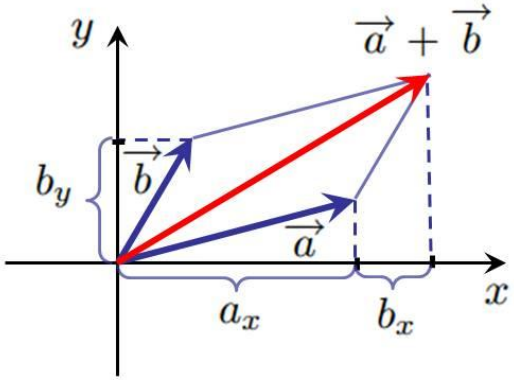


Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

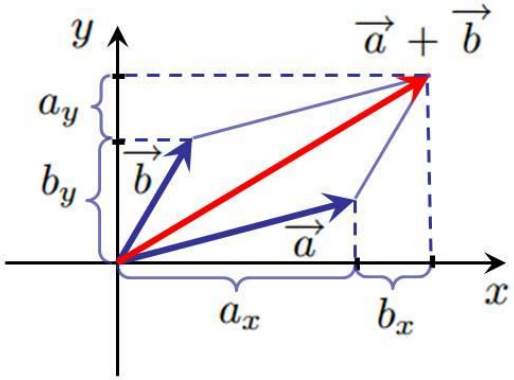


Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

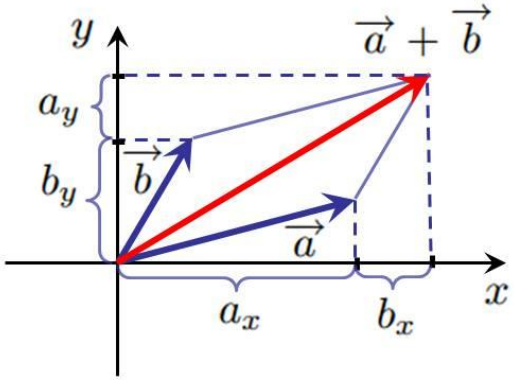


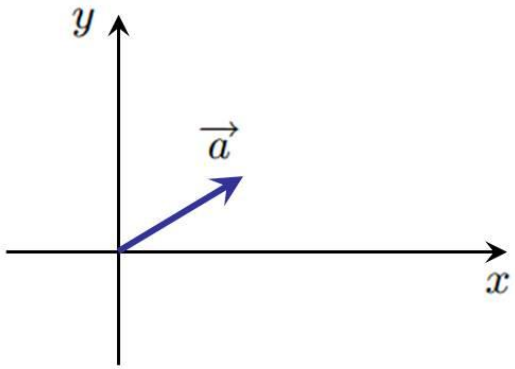
Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$



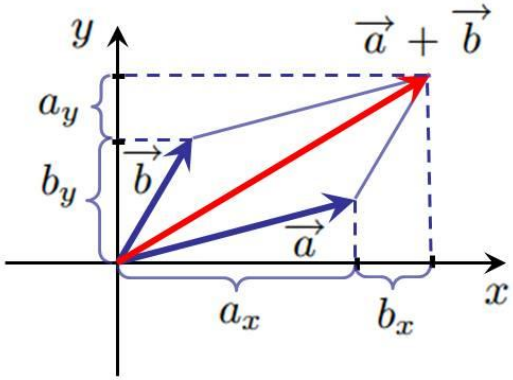


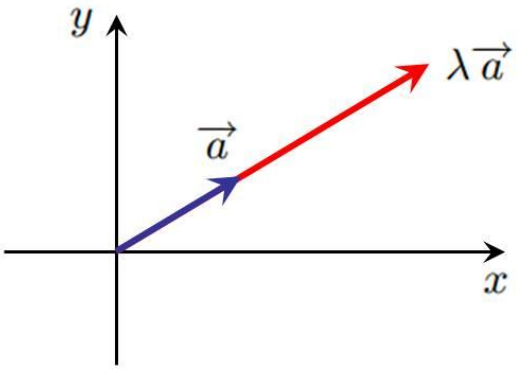
Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$



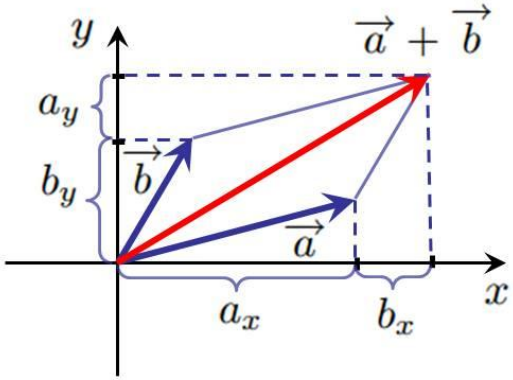


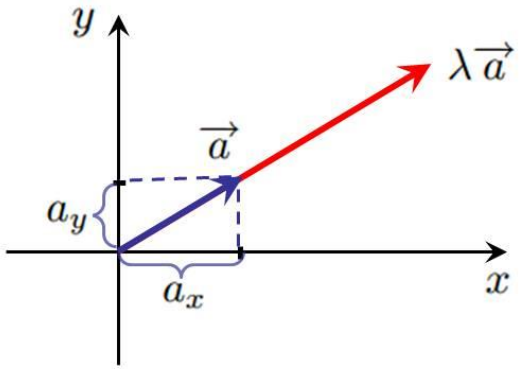
Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$



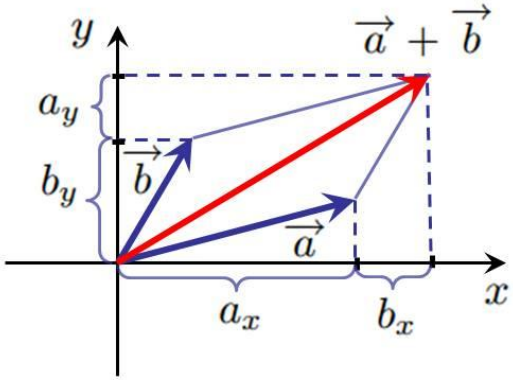


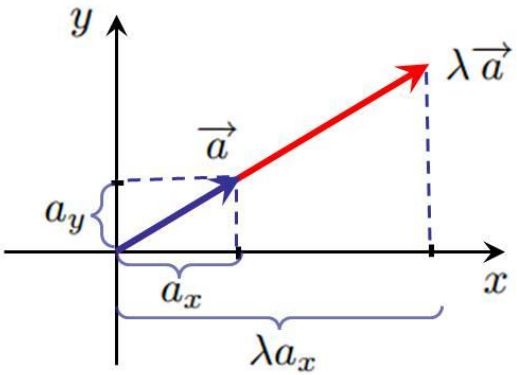
Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$



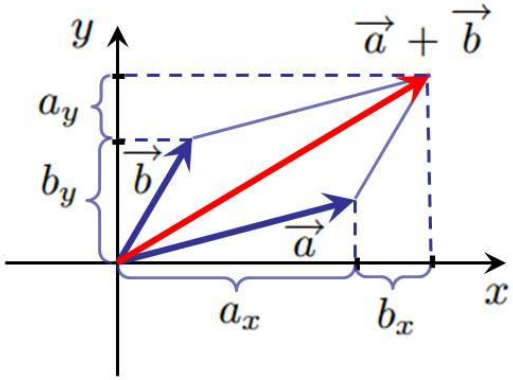


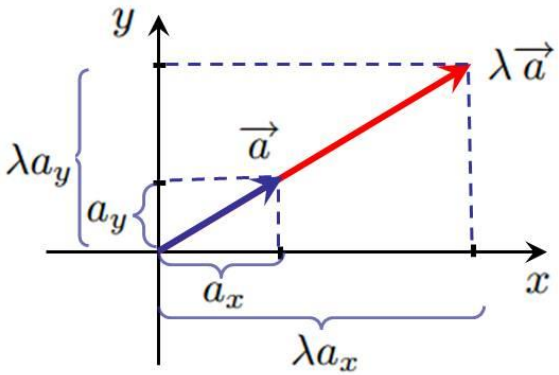
Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$





Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ dva vektora u prostoru,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ dva vektora u prostoru, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ dva vektora u prostoru, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j} + (a_z + b_z)\overrightarrow{k},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zbrajanje i množenje sa skalarom

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j}$ dva vektora u ravnini, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j}. \end{aligned}$$

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ dva vektora u prostoru, a $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (a_x + b_x)\overrightarrow{i} + (a_y + b_y)\overrightarrow{j} + (a_z + b_z)\overrightarrow{k}, \\ \lambda \overrightarrow{a} &= (\lambda a_x)\overrightarrow{i} + (\lambda a_y)\overrightarrow{j} + (\lambda a_z)\overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \quad =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \ = \ (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\ &= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\ &= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\ 2\overrightarrow{a} &= \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) =
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \ \ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\ &= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\ 2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\
-\overrightarrow{b} &=
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\
-\overrightarrow{b} &= -\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\
-\overrightarrow{b} &= -\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\
\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} &=
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\
-\overrightarrow{b} &= -\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\
\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) - 3(\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}) =
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}.$$

Odredi vektore $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$, $2\overrightarrow{a}$, $-\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} &= (2+1)\vec{i} + (-1+3)\vec{j} + (1+(-4))\vec{k} = \\
&= 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \\
2\overrightarrow{a} &= 2(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\
-\overrightarrow{b} &= -\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\
\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) - 3(\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}) = \\
&= -\vec{i} - 10\vec{j} + 13\vec{k}
\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija.

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz.

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

pa je onda

$$\overrightarrow{AB} \quad =$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

pa je onda

$$\overrightarrow{AB} \;=\; \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

pa je onda

$$\overrightarrow{AB} \;=\; \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left(b_x\,\overrightarrow{i} + b_y\,\overrightarrow{j}\right) - \left(a_x\,\overrightarrow{i} + a_y\,\overrightarrow{j}\right)$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

pa je onda

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left(b_x\,\overrightarrow{i} + b_y\,\overrightarrow{j}\right) - \left(a_x\,\overrightarrow{i} + a_y\,\overrightarrow{j}\right)\\ &= (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Dokaz. Po pravilu trokuta vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB},$$

pa je onda

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \left(b_x\,\overrightarrow{i} + b_y\,\overrightarrow{j}\right) - \left(a_x\,\overrightarrow{i} + a_y\,\overrightarrow{j}\right)\\ &= (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.\ \text{QED}\end{aligned}$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}.$$

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y, a_z)$ i $B(b_x, b_y, b_z)$ proizvoljne točke u prostoru.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Vektor AB

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y)$ i $B(b_x, b_y)$ proizvoljne točke ravnine. Tada je

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j}\,.$$

Propozicija. Neka su $A(a_x, a_y, a_z)$ i $B(b_x, b_y, b_z)$ proizvoljne točke u prostoru. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x)\,\overrightarrow{i} + (b_y - a_y)\,\overrightarrow{j} + (b_z - a_z)\,\overrightarrow{k}\,.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa:

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a)

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

b)

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (-1-2)\vec{i} + (3-(-1))\vec{j} + (3-3)\vec{k} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadane su točke A i B sa: a) $A(1,2,3)$ i $B(2,0,1)$, b) $A(2,-1,3)$ i $B(-1,3,3)$. Odredi vektor $\overrightarrow{AB}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (2-1)\vec{i} + (0-2)\vec{j} + (1-3)\vec{k} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{AB} = (-1-2)\vec{i} + (3-(-1))\vec{j} + (3-3)\vec{k} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{OB} \quad =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}) + (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k})$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}) + (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) \\ &= 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1, 2, -1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}) + (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) \\ &= 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k} \Rightarrow B(\end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Odredi koordinate točke B ako je $A(1,2,-1)$ i $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}) + (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) \\ &= 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k} \Rightarrow B(3,1,2) \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Duljina vektora

Propozicija.

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Duljina vektora

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Duljina vektora

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Duljina vektora

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ vektor u prostoru.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Duljina vektora

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ vektor u prostoru. Tada je

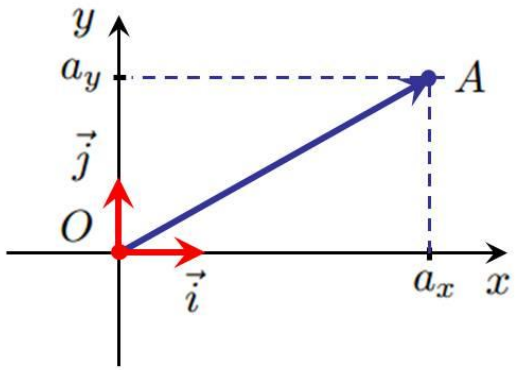
$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ vektor u prostoru. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$



Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

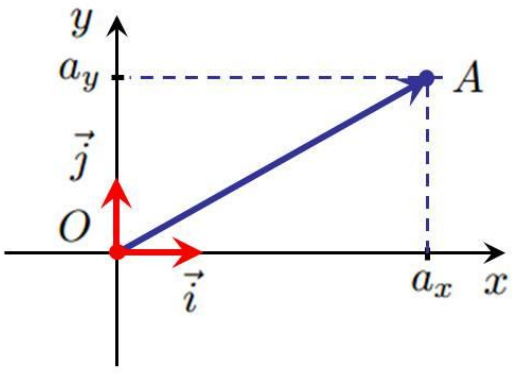
Duljina vektora

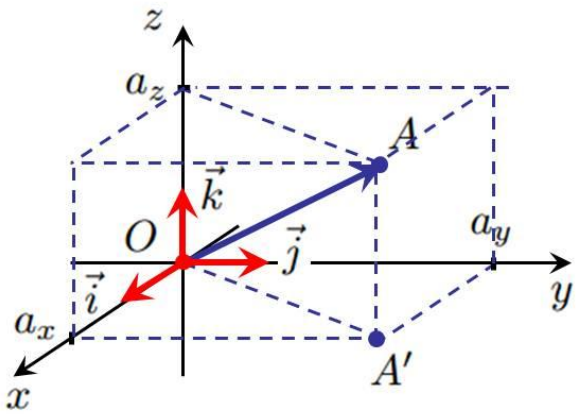
Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ vektor u ravnini. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ vektor u prostoru. Tada je

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$





Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- duljinu 1,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- duljinu 1, jer vrijedi

$$\left| \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a} \right| =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- duljinu 1, jer vrijedi

$$\left| \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a} \right| = \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot |\overrightarrow{a}| =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- duljinu 1, jer vrijedi

$$\left| \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a} \right| = \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot |\overrightarrow{a}| = 1.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Jedinični vektor

Uočimo da vektor $\frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}$ ima:

- smjer i orijentaciju kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- duljinu 1, jer vrijedi

$$\left| \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a} \right| = \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot |\overrightarrow{a}| = 1.$$

Zaključujemo da je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{|\overrightarrow{a}|} \cdot \overrightarrow{a}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{j}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{j}.$$

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{j}.$$

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{j}.$$

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, onda je

$$\overrightarrow{a_0} = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k} \right) =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$, onda je

$$\overrightarrow{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} \right) = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}} \overrightarrow{j}.$$

Propozicija. Ako je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, onda je

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_0} &= \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k} \right) = \\ &= \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \overrightarrow{i} + \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \overrightarrow{j} + \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$|\overrightarrow{a}| \quad =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Provjera:

$$|\overrightarrow{a}_0| =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Provjera:

$$|\overrightarrow{a}_0| = \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Provjera:

$$|\overrightarrow{a}_0| = \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Provjera:

$$|\overrightarrow{a}_0| = \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Odredi duljinu vektora $\overrightarrow{a}$, te jedinični vektor $\overrightarrow{a}_0$ u smjeru vektora $\overrightarrow{a}$. Provjeri da $\overrightarrow{a}_0$ ima jediničnu duljinu.

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{|\overrightarrow{a}|}\overrightarrow{a} = \frac{1}{3}(2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{2}{3}\vec{i} - \frac{1}{3}\vec{j} + \frac{2}{3}\vec{k} \end{aligned}$$

Provjera:

$$|\overrightarrow{a}_0| = \sqrt{(\frac{2}{3})^2 + (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Prikloni kutevi

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Prikloni kutevi

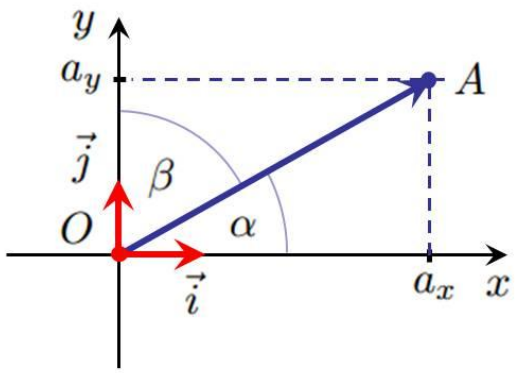
Definicija.

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor u ravnini (odnosno prostoru).

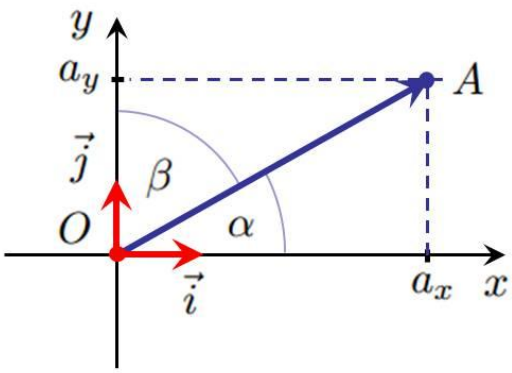
Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor u ravnini (odnosno prostoru). *Prikloni kutevi* vektora $\overrightarrow{a}$ su kutevi koje taj vektor zatvara s vektorima $\overrightarrow{i}$ i $\overrightarrow{j}$ (odnosno vektorima $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{k}$),

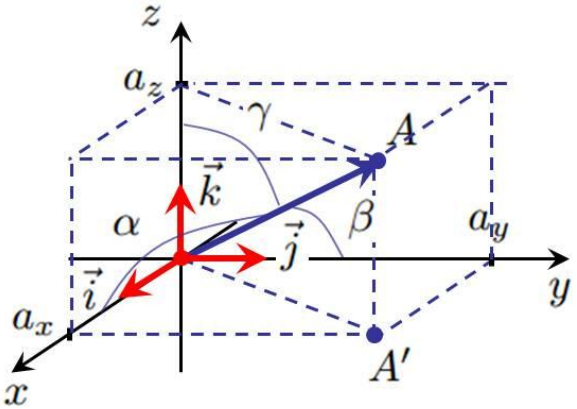
Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor u ravnini (odnosno prostoru). *Prikloni kutevi* vektora $\overrightarrow{a}$ su kutevi koje taj vektor zatvara s vektorima $\overrightarrow{i}$ i $\overrightarrow{j}$ (odnosno vektorima $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{k}$), a označavamo ih redom s α i β (odnosno α, β i γ).

Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor u ravnini (odnosno prostoru). *Prikloni kutevi* vektora $\overrightarrow{a}$ su kutevi koje taj vektor zatvara s vektorima $\overrightarrow{i}$ i $\overrightarrow{j}$ (odnosno vektorima $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{k}$), a označavamo ih redom s α i β (odnosno α, β i γ).



Definicija. Neka je $\overrightarrow{a}$ vektor u ravnini (odnosno prostoru). *Prikloni kutevi* vektora $\overrightarrow{a}$ su kutevi koje taj vektor zatvara s vektorima $\overrightarrow{i}$ i $\overrightarrow{j}$ (odnosno vektorima $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$ i $\overrightarrow{k}$), a označavamo ih redom s α i β (odnosno α, β i γ).





Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ ravninski vektor.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

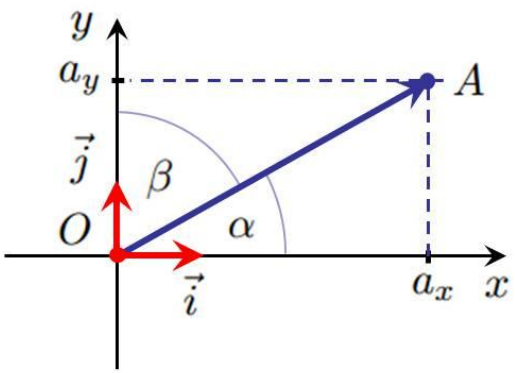
Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ ravninski vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j}$ ravninski vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}.$$



Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}},$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

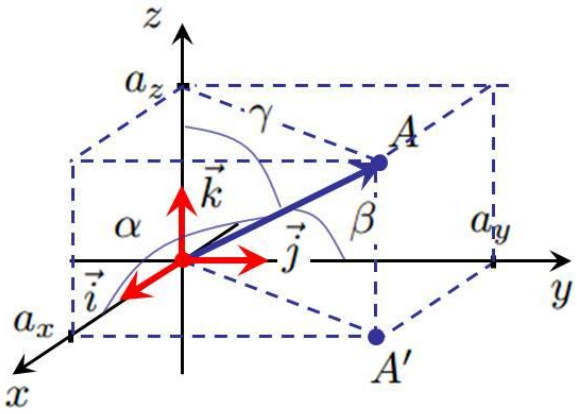
Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$



Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Uočimo da vrijedi:

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Propozicija. Neka je $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ prostorni vektor. Tada je

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Uočimo da vrijedi:

$$\overrightarrow{a_0} = \underbrace{\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}}_{\cos\alpha} \overrightarrow{i} + \underbrace{\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}}_{\cos\beta} \overrightarrow{j} + \underbrace{\frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}}_{\cos\gamma} \overrightarrow{k}.$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$|\overrightarrow{a}| \quad =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$
\begin{aligned}
|\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\
\overrightarrow{a}_0 &=
\end{aligned}
$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\cos\alpha = \tfrac{1}{2}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha =$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \tfrac{\pi}{3}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \tfrac{\pi}{3}$$
$$\cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned} \cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad &\Rightarrow \quad \alpha = \tfrac{\pi}{3} \\ \cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2} \quad &\Rightarrow \quad \beta = \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned} \cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad &\Rightarrow \quad \alpha = \tfrac{\pi}{3} \\ \cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2} \quad &\Rightarrow \quad \beta = \tfrac{\pi}{4} \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned} \cos\alpha = \tfrac{1}{2} \quad &\Rightarrow \quad \alpha = \tfrac{\pi}{3} \\ \cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2} \quad &\Rightarrow \quad \beta = \tfrac{\pi}{4} \\ \cos\gamma = -\tfrac{1}{2} \quad & \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned} \cos\alpha = \tfrac{1}{2} &\quad\Rightarrow\quad \alpha = \tfrac{\pi}{3} \\ \cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2} &\quad\Rightarrow\quad \beta = \tfrac{\pi}{4} \\ \cos\gamma = -\tfrac{1}{2} &\quad\Rightarrow\quad \gamma = \end{aligned}$$

Izračunavanje u koordinatiziranom prostoru

Zadatak. Izračunaj priklone kuteve vektora $\overrightarrow{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}$.
Rješenje. Možemo iskoristiti vezu priklonih kuteva i jediničnog vektora i:

1. izračunati najprije $\overrightarrow{a}_0$,
2. iščitati kosinuse priklonih kuteva kao koordinate od $\overrightarrow{a}_0$.

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{a}| &= \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \\ \overrightarrow{a}_0 &= \frac{1}{2}(\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} - \vec{k}) = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} \end{aligned}$$

Sada je

$$\begin{aligned} \cos\alpha = \tfrac{1}{2} &\quad\Rightarrow\quad \alpha = \tfrac{\pi}{3} \\ \cos\beta = \tfrac{\sqrt{2}}{2} &\quad\Rightarrow\quad \beta = \tfrac{\pi}{4} \\ \cos\gamma = -\tfrac{1}{2} &\quad\Rightarrow\quad \gamma = \tfrac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Množenje vektora

Podsjetimo se, trebamo uvesti još dvije operacije sa vektorima:

Množenje vektora

Podsjetimo se, trebamo uvesti još dvije operacije sa vektorima:

- skalarni produkt vektora

Množenje vektora

Podsjetimo se, trebamo uvesti još dvije operacije sa vektorima:

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj$$

Množenje vektora

Podsjetimo se, trebamo uvesti još dvije operacije sa vektorima:

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj$$

- vektorski produkt

Množenje vektora

Podsjetimo se, trebamo uvesti još dvije operacije sa vektorima:

- skalarni produkt vektora

$$vektor \cdot vektor = broj$$

- vektorski produkt

$$vektor \times vektor = vektor$$

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija.

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora,

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$.

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$.
Skalarni produkt vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)**

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$,

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena.

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena.

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ,

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je pozitivan,

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je pozitivan,
- φ je pravi kut $\Leftrightarrow$

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je pozitivan,
- φ je pravi kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je nula,

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je pozitivan,
- φ je pravi kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je nula,
- φ je tupi kut $\Leftrightarrow$

Množenje vektora

Skalarni produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ dva vektora, te neka je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$. *Skalarni produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$, a koji je definiran formulom

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi.$$

Napomena. Uočimo da je skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ nula ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili je $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$.

Napomena. Uočimo da predznak skalarnog produkta $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ovisi samo o kutu φ, te vrijedi:

- φ je oštri kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je pozitivan,
- φ je pravi kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je nula,
- φ je tupi kut $\Leftrightarrow$ broj $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ je negativan.

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Rješenje. a)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,

b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 1 \cdot 2 \cdot \cos\frac{3\pi}{4} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 1 \cdot 2 \cdot \cos\frac{3\pi}{4} = 1 \cdot 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:
a) $|\overrightarrow{a}| = 2$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 3$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{\pi}{3}$,
b) $|\overrightarrow{a}| = 1$, $\left|\overrightarrow{b}\right| = 2$ i $\measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \frac{3\pi}{4}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 2 \cdot 3 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi = 1 \cdot 2 \cdot \cos\frac{3\pi}{4} = 1 \cdot 2 \cdot (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -\sqrt{2}.$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$,

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$,

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a)

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b)

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b) pravi,

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b) pravi, c)

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b) pravi, c) oštri,

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b) pravi, c) oštri, d)

Množenje vektora

Zadatak. Što vrijedi za kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ ako je:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -1$, b) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$, c) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2$, d) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \frac{1}{2}$.

Rješenje. Kut $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ je:

a) tupi b) pravi, c) oštri, d) oštri.

Množenje vektora

Geometrijsko značenje.

Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

- duljine vektora $\overrightarrow{a}$

Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i

Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$

Množenje vektora

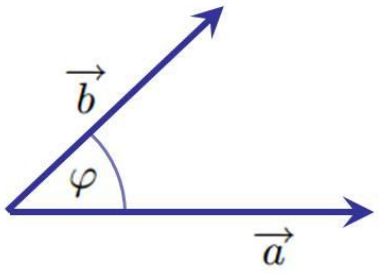
Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).

Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

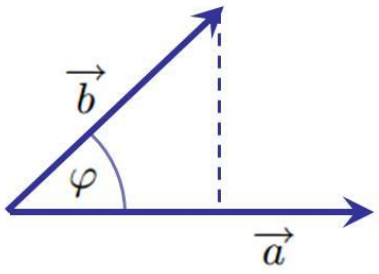
- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).



Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

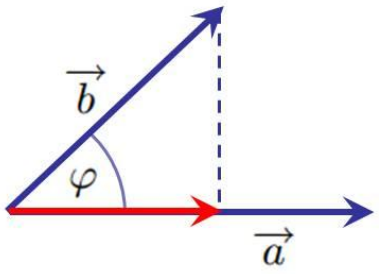
- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).



Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

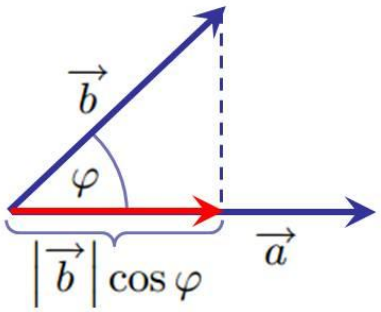
- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).



Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

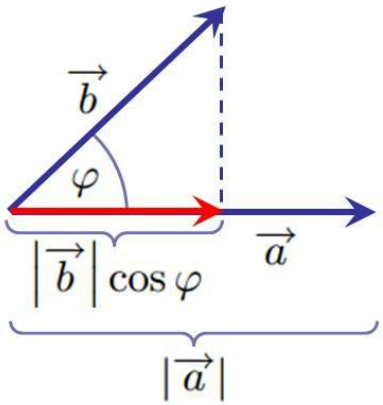
- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).



Množenje vektora

Geometrijsko značenje. Skalarni produkt $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ jednak je umnošku:

- duljine vektora $\overrightarrow{a}$ (veličina $|\overrightarrow{a}|$) i
- skalarne projekcije vektora $\overrightarrow{b}$ na vektor $\overrightarrow{a}$ (veličina $\left|\overrightarrow{b}\right| \cos\varphi$).



Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

S1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$ (komutativnost),

Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

S1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$ (komutativnost),

S2) $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{c}$ (distributivnost),

Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

S1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$ (komutativnost),

S2) $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{c}$ (distributivnost),

S3) $\lambda(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) = (\lambda\,\overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot (\lambda\,\overrightarrow{b})$ (homogenost),

Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

S1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$ (komutativnost),

S2) $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{c}$ (distributivnost),

S3) $\lambda(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) = (\lambda\,\overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot (\lambda\,\overrightarrow{b})$ (homogenost),

S4) vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{i} &= \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{j} = \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{k} = 1, \\ \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j} &= \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{k} = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{k} = 0, \end{aligned}$$

(skalarni produkt koordinatnih vektora),

Množenje vektora

Skalarni produkt ima sljedeća svojstva:

S1) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{a}$ (komutativnost),

S2) $\overrightarrow{a}(\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}\,\overrightarrow{c}$ (distributivnost),

S3) $\lambda(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}) = (\lambda\,\overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot (\lambda\,\overrightarrow{b})$ (homogenost),

S4) vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{i} &= \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{j} = \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{k} = 1, \\ \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j} &= \overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{k} = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{k} = 0, \end{aligned}$$

(skalarni produkt koordinatnih vektora),

S5) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}|^2$ (kvadriranje vektora).

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) +
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) +
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad + (3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k})
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) +
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \cdot \vec{i}) + 12(\vec{k} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \cdot \vec{i}) + 12(\vec{k} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \cdot \vec{i}) + 12(\vec{k} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \cdot \vec{i}) + 12(\vec{k} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava skalarnog produkta odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distributivnost}\} = \\
&= (2\vec{i})(2\vec{i}) + (2\vec{i})(4\vec{j}) + (2\vec{i})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(-2\vec{j})(2\vec{i}) + (-2\vec{j})(4\vec{j}) + (-2\vec{j})(5\vec{k}) + \\
&\quad +(3\vec{k})(2\vec{i}) + (3\vec{k})(4\vec{j}) + (3\vec{k})(5\vec{k}) = \{\text{homogenost}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) + 8(\vec{i} \cdot \vec{j}) + 10(\vec{i} \cdot \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) - 10(\vec{j} \cdot \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \cdot \vec{i}) + 12(\vec{k} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \cdot \vec{i}) - 8(\vec{j} \cdot \vec{j}) + 15(\vec{k} \cdot \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4 - 8 + 15.
\end{aligned}
$$

Množenje vektora

Propozicija.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz. Iz svojstava skalarnog množenja slijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right)\left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right) =$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz. Iz svojstava skalarnog množenja slijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right)\left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right) = \\ &= \{\text{distributivnost,homogenost}\} = \end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz. Iz svojstava skalarnog množenja slijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right)\left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right) = \\
&= \{\text{distributivnost,homogenost}\} = \\
&= \boxed{a_x b_x (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{i})} + a_x b_y (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j}) + a_x b_z (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_y b_x (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{i}) + \boxed{a_y b_y (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{j})} + a_y b_z (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_z b_x (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{i}) + a_z b_y (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{j}) + \boxed{a_z b_z (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{k})} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz. Iz svojstava skalarnog množenja slijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right)\left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right) = \\
&= \{\text{distributivnost,homogenost}\} = \\
&= \boxed{a_x b_x (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{i})} + a_x b_y (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j}) + a_x b_z (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_y b_x (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{i}) + \boxed{a_y b_y (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{j})} + a_y b_z (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_z b_x (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{i}) + a_z b_y (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{j}) + \boxed{a_z b_z (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{k})} = \\
&= \{\text{koord. vek.}\} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

Dokaz. Iz svojstava skalarnog množenja slijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} &= \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right)\left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right) = \\
&= \{\text{distributivnost,homogenost}\} = \\
&= \boxed{a_x b_x (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{i})} + a_x b_y (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{j}) + a_x b_z (\overrightarrow{i} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_y b_x (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{i}) + \boxed{a_y b_y (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{j})} + a_y b_z (\overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{k}) + \\
&\quad + a_z b_x (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{i}) + a_z b_y (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{j}) + \boxed{a_z b_z (\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{k})} = \\
&= \{\text{koord. vek.}\} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array},$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{aligned}, \qquad \text{b)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{aligned}.$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{aligned}, \qquad \text{b)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{aligned}.$$

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 +$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 +$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot 3 +$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 +$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 + 4 \cdot (-2) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 21,$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 + 4 \cdot (-2) = -7.$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array} ,$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{aligned} \quad , \quad \text{b)} \quad \begin{aligned} \overrightarrow{a} &= 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} &= 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{aligned} \quad .$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a)

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 =$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b)

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 3$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 3 \Rightarrow$$

Množenje vektora

Zadatak. Ispitaj je li $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b},$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 3 \Rightarrow \overrightarrow{a} \not\perp \overrightarrow{b}.$$

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija.

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori.

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>**

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$,

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **<u>vektor</u>** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,

Množenje vektora

Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.

Množenje vektora

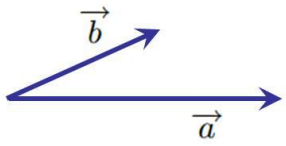
Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.



Množenje vektora

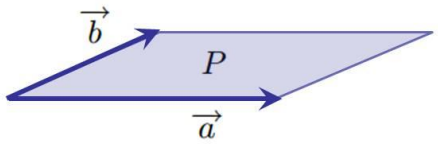
Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.



Množenje vektora

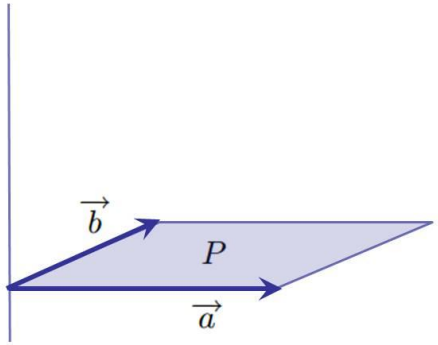
Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.



Množenje vektora

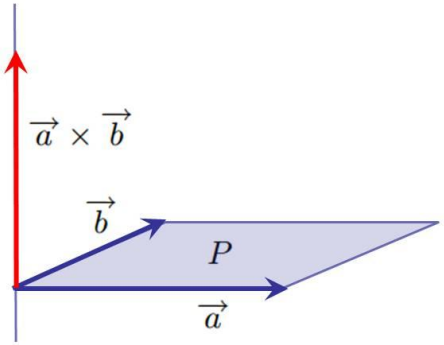
Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.



Množenje vektora

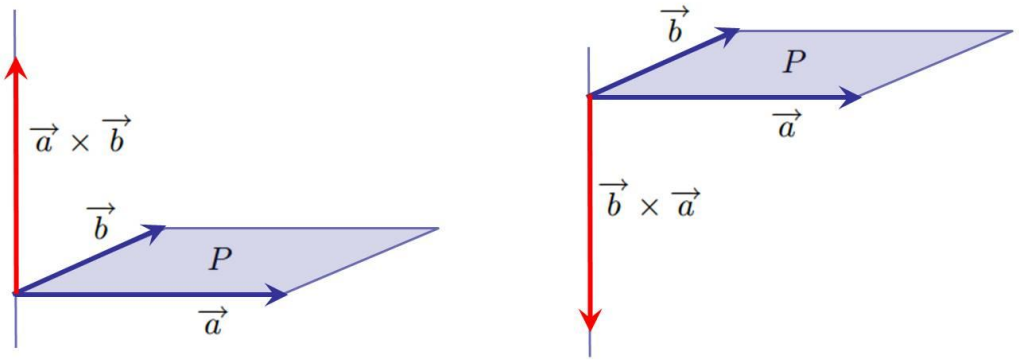
Vektorski produkt vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ vektori. *Vektorski produkt* vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ je **vektor** kojeg označavamo s $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, a koji je definiran sa:

- $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ako je $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{0}$ ili $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$.

U suprotnom vektor $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ima:

- duljinu - jednaku površini paralelograma razapetog sa $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- smjer - okomit na smjerove vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,
- orijentaciju - definiranu pravilom desne ruke.



Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

V1) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = -\left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{a}\right)$ (anti-komutativnost),

Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

V1) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = -\left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{a}\right)$ (anti-komutativnost),

V2) $\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$ (distributivnost),

Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

V1) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = -\left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{a}\right)$ (anti-komutativnost),

V2) $\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$ (distributivnost),

V3) $\lambda(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) = (\lambda \overrightarrow{a}) \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \times (\lambda \overrightarrow{b})$ (homogenost),

Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

V1) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = -\left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{a}\right)$ (anti-komutativnost),

V2) $\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$ (distributivnost),

V3) $\lambda(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) = (\lambda \overrightarrow{a}) \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \times (\lambda \overrightarrow{b})$ (homogenost),

V4) vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{i} &= \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{j} = \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{k} = 0, \\
\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{j} &= \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{k} = \overrightarrow{i}, \quad \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{i} = \overrightarrow{j}, \\
\overrightarrow{j} \times \overrightarrow{i} &= -\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{j} = -\overrightarrow{i}, \quad \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{k} = -\overrightarrow{j},
\end{aligned}$$

(produkt koordinatnih vektora),

Množenje vektora

Vektorski produkt ima sljedeća svojstva:

V1) $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = -\left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{a}\right)$ (anti-komutativnost),

V2) $\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{c}$ (distributivnost),

V3) $\lambda(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) = (\lambda \overrightarrow{a}) \times \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \times (\lambda \overrightarrow{b})$ (homogenost),

V4) vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{i} &= \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{j} = \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{k} = 0, \\
\overrightarrow{i} \times \overrightarrow{j} &= \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{k} = \overrightarrow{i}, \quad \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{i} = \overrightarrow{j}, \\
\overrightarrow{j} \times \overrightarrow{i} &= -\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{j} = -\overrightarrow{i}, \quad \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{k} = -\overrightarrow{j},
\end{aligned}$$

(produkt koordinatnih vektora),

V5) vrijedi $\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| = |\overrightarrow{a}| \left|\overrightarrow{b}\right| \sin\varphi$, pri čemu je $\varphi = \measuredangle(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b})$ (duljina vektorskog produkta).

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \quad = \quad (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\ &= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) +
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4\,\overrightarrow{0} + 8\vec{k} + 10(-\vec{j})
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4\,\overrightarrow{0} + 8\vec{k} + 10(-\vec{j}) \\
&\quad -4(-\vec{k}) - 8\,\overrightarrow{0} - 10\vec{i} +
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4\,\overrightarrow{0} + 8\vec{k} + 10(-\vec{j}) \\
&\quad -4(-\vec{k}) - 8\,\overrightarrow{0} - 10\vec{i} + \\
&\quad +6\vec{j} + 12(-\vec{i}) + 15\,\overrightarrow{0} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Korištenjem svojstava vektorskog produkta odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= (2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) \times (2\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) = \{\text{distr.,homog.}\} = \\
&= 4(\vec{i} \times \vec{i}) + 8(\vec{i} \times \vec{j}) + 10(\vec{i} \times \vec{k}) \\
&\quad -4(\vec{j} \times \vec{i}) - 8(\vec{j} \times \vec{j}) - 10(\vec{j} \times \vec{k}) + \\
&\quad +6(\vec{k} \times \vec{i}) + 12(\vec{k} \times \vec{j}) + 15(\vec{k} \times \vec{k}) = \{\text{koord. vek.}\} = \\
&= 4\ \overrightarrow{0} + 8\vec{k} + 10(-\vec{j}) \\
&\quad -4(-\vec{k}) - 8\ \overrightarrow{0} - 10\vec{i} + \\
&\quad +6\vec{j} + 12(-\vec{i}) + 15\ \overrightarrow{0} = \\
&= -22\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \\
&= (a_y b_z - a_z b_y)\overrightarrow{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\overrightarrow{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\overrightarrow{k}.
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y)\overrightarrow{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\overrightarrow{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Dokaz.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y)\overrightarrow{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\overrightarrow{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Dokaz. Slijedi iz svojstava V1)-V4) vektorskog produkta

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y)\overrightarrow{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\overrightarrow{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Dokaz. Slijedi iz svojstava V1)-V4) vektorskog produkta primijenjenih na

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right) \times \left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right).$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \\ &= (a_y b_z - a_z b_y)\overrightarrow{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\overrightarrow{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\overrightarrow{k}. \end{aligned}$$

Dokaz. Slijedi iz svojstava V1)-V4) vektorskog produkta primijenjenih na

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \left(a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}\right) \times \left(b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}\right). \text{ QED}$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array},$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \qquad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= (5 - 12)\vec{i} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= (5-12)\vec{i} - (10-3)\vec{j} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= (5-12)\vec{i} - (10-3)\vec{j} + (8-1)\vec{k} = \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= (5-12)\vec{i} - (10-3)\vec{j} + (8-1)\vec{k} = -7\vec{i} - 7\vec{j} + 7\vec{k} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b)

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \qquad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} +$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (4-4)\vec{i} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (4-4)\vec{i} - (-2-12)\vec{j} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (4-4)\vec{i} - (-2-12)\vec{j} + (1+6)\vec{k} = \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$ ako je:

$$\text{a)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k} \end{array}, \quad \text{b)} \quad \begin{array}{l} \overrightarrow{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \\ \overrightarrow{b} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{array}.$$

Rješenje. b) Vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= (4-4)\vec{i} - (-2-12)\vec{j} + (1+6)\vec{k} = 14\vec{j} + 7\vec{k} \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4 - 15)$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6)$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = -11 - 28 + 39 =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = -11 - 28 + 39 = 0$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} &= -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} &=\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} &= -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} &= -22 + 35 - 13 =\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} &= -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} &= -22 + 35 - 13 = 0\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\
&= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}
\end{aligned}$$

Provjera:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} &= -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a} \\
\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} &= -22 + 35 - 13 = 0 \Rightarrow
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi neki vektor $\overrightarrow{c}$ okomit na vektore $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -4 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix} = \vec{i}(4-15) - \vec{j}(-1-6) + \vec{k}(5+8) = \\ &= -11\vec{i} + 7\vec{j} + 13\vec{k}\end{aligned}$$

Provjera:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} &= -11 - 28 + 39 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{a} \\ \overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} &= -22 + 35 - 13 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{c} \perp \overrightarrow{b}\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P =$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1)$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1)$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\ &= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &=
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &= \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-3)^2} =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &= \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{50}
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &= \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{50} \\
P &=
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &= \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{50} \\
P &= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi površinu trokuta razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ako je:

$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \text{ i } \overrightarrow{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}.$$

Rješenje. Vrijedi $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = \vec{i}(3+1) - \vec{j}(6-1) + \vec{k}(-2-1) = \\
&= 4\vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k} \\
\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| &= \sqrt{4^2 + (-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{50} \\
P &= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{50}
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor \quad =$$

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor \quad = \quad vektor \cdot vektor =$$

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Definicija.

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori.

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. *Mješoviti produkt* vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ je **skalar (broj)**

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. *Mješoviti produkt* vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo sa $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$,

Množenje vektora

Mješoviti produkt vektora

Uvodimo i:

- mješoviti produkt vektora

$$\begin{aligned}(\underbrace{vektor \times vektor}_{vektor}) \cdot vektor &= vektor \cdot vektor = \\ &= skalar\end{aligned}$$

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. *Mješoviti produkt* vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ je **skalar (broj)** kojeg označavamo sa $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$, a definiran je formulom

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c}$$

Množenje vektora

Propozicija.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

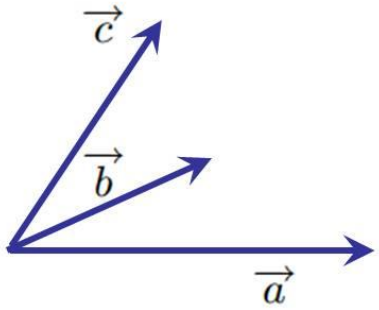
Dokaz.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Dokaz.

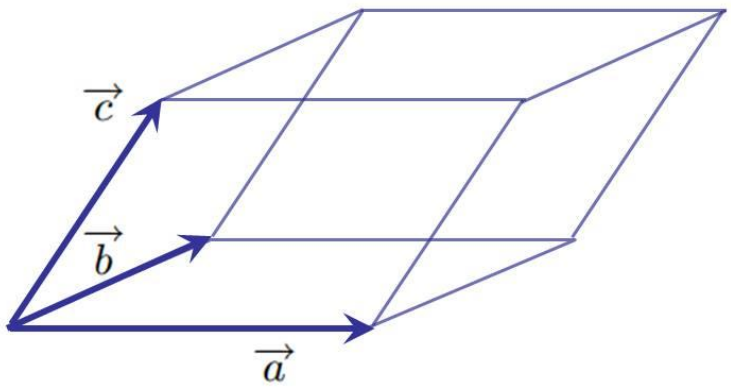


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Dokaz.

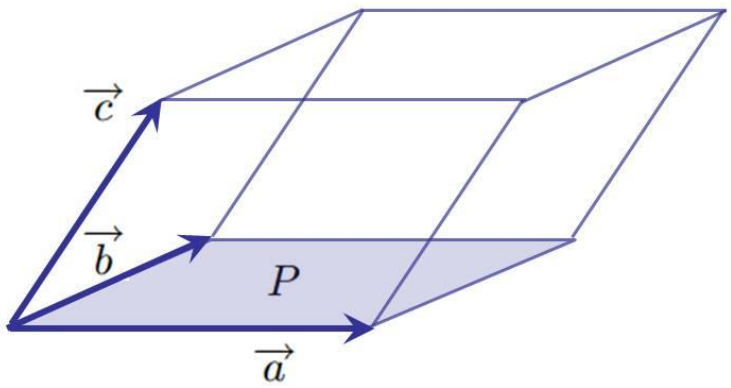


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Dokaz.

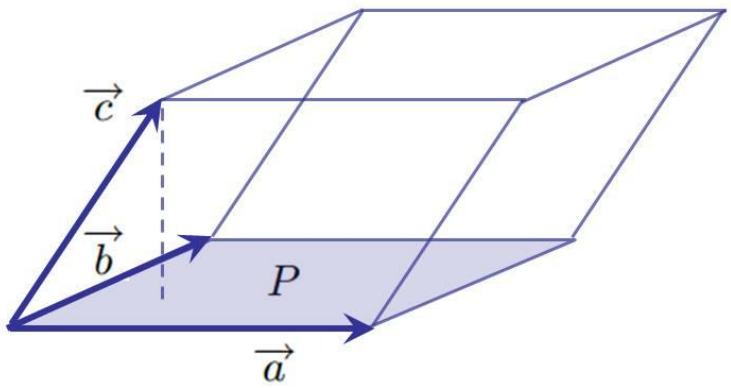


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Dokaz.

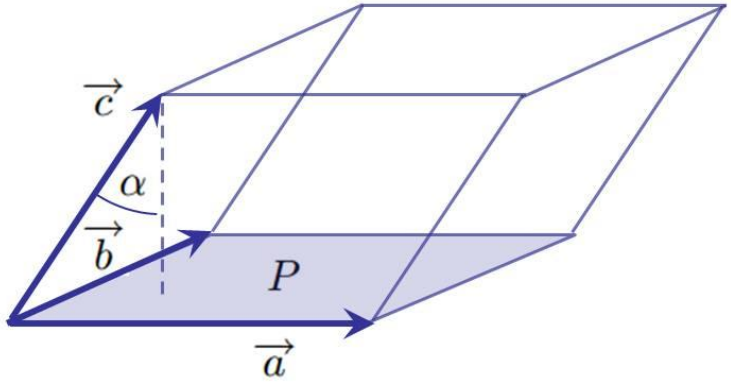


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

Dokaz.

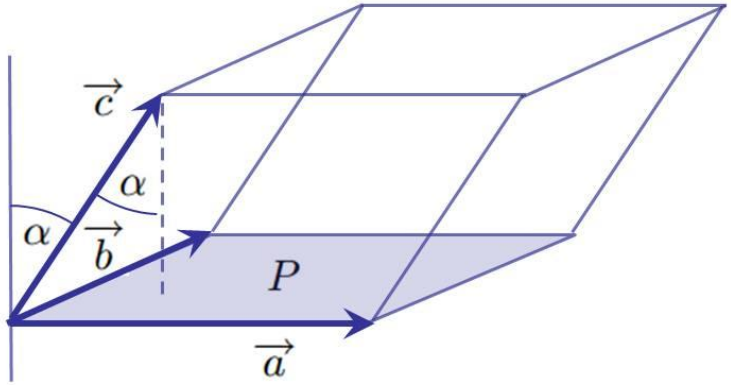


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right| .$$

Dokaz.

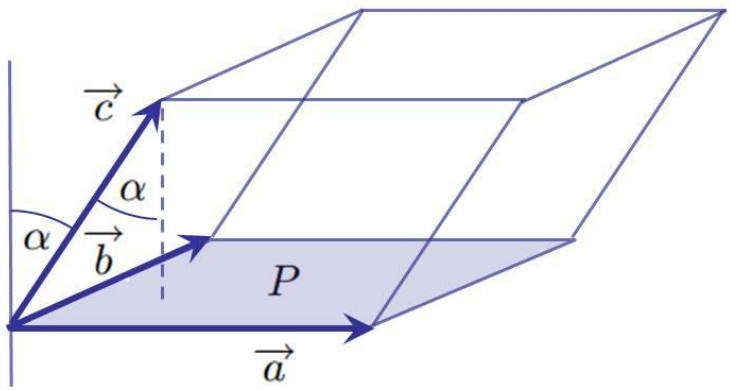


Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

Dokaz.



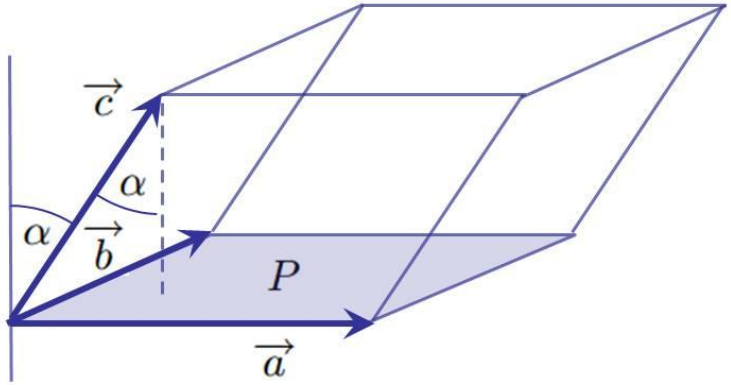
Ako označimo $\alpha = \measuredangle(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

Dokaz.



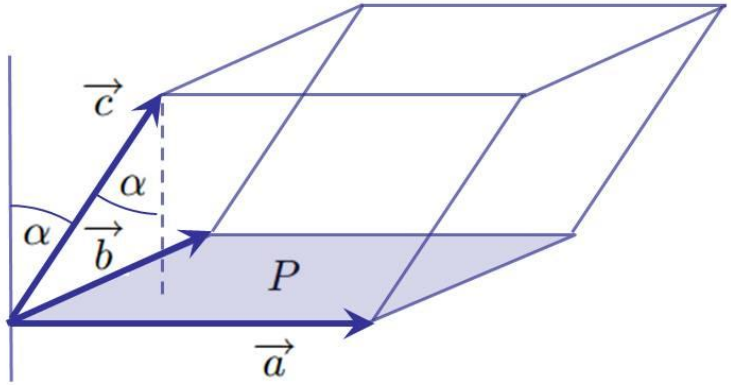
Ako označimo $\alpha = \measuredangle(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ i pretpostavimo da je α oštri,

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

Dokaz.



Ako označimo $\alpha = \measuredangle(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ i pretpostavimo da je α oštri, onda vrijedi

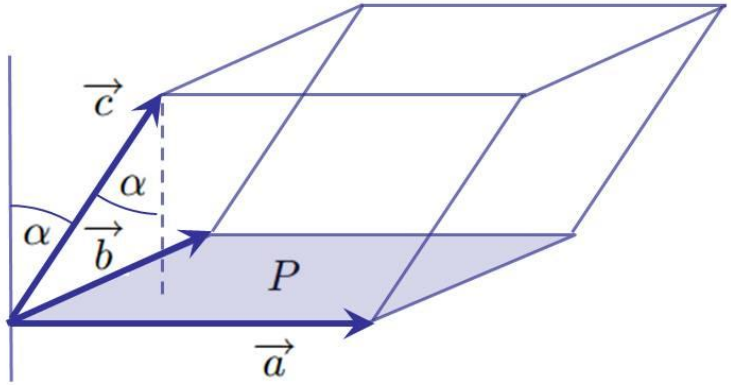
$$V = P_B \cdot v =$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left| (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} \right|.$$

Dokaz.



Ako označimo $\alpha = \measuredangle(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ i pretpostavimo da je α oštri, onda vrijedi

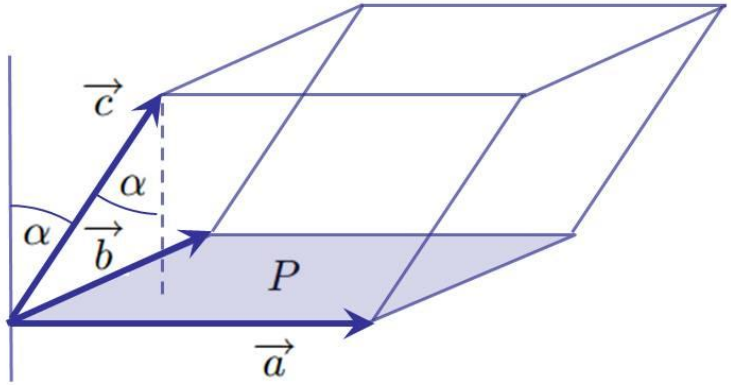
$$V = P_B \cdot v = \left| \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} \right| \cdot |\overrightarrow{c}| \cos\alpha =$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vektori. Za volumen V paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ vrijedi

$$V = \left|(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c}\right|.$$

Dokaz.



Ako označimo $\alpha = \measuredangle(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ i pretpostavimo da je α oštri, onda vrijedi

$$V = P_B \cdot v = \left|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}\right| \cdot |\overrightarrow{c}| \cos\alpha = \left|(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c}\right|.$$

Množenje vektora

Propozicija.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \\ &= a_x(b_y c_z - b_z c_y) - a_y(b_x c_z - b_z c_x) + a_z(b_x c_y - b_y c_x).\end{aligned}$$

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \\ &= a_x(b_y c_z - b_z c_y) - a_y(b_x c_z - b_z c_x) + a_z(b_x c_y - b_y c_x).\end{aligned}$$

Dokaz.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \\ &= a_x(b_y c_z - b_z c_y) - a_y(b_x c_z - b_z c_x) + a_z(b_x c_y - b_y c_x).\end{aligned}$$

Dokaz. Ova formula slijedi iz odgovarajućih formula za skalarni i vektorski produkt.

Množenje vektora

Propozicija. Neka su $\overrightarrow{a} = a_x \overrightarrow{i} + a_y \overrightarrow{j} + a_z \overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = b_x \overrightarrow{i} + b_y \overrightarrow{j} + b_z \overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = c_x \overrightarrow{i} + c_y \overrightarrow{j} + c_z \overrightarrow{k}$ vektori. Tada vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \\ &= a_x(b_y c_z - b_z c_y) - a_y(b_x c_z - b_z c_x) + a_z(b_x c_y - b_y c_x).\end{aligned}$$

Dokaz. Ova formula slijedi iz odgovarajućih formula za skalarni i vektorski produkt. QED

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$,

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-3 - 8)\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-3 - 8) - 2 \cdot (6 - 12)\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-3 - 8) - 2 \cdot (6 - 12) - 3 \cdot (4 + 3) = \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})$ ako je $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-3 - 8) - 2 \cdot (6 - 12) - 3 \cdot (4 + 3) = -20.\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$,

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje.

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) \quad =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \cdot (-2 - 2)\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \cdot (-2 - 2) - 4 \cdot (1 - 2)\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\ &= 2 \cdot (-2-2) - 4 \cdot (1-2) - 3 \cdot (1+2) = \end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$
\begin{aligned}
(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= 2 \cdot (-2-2) - 4 \cdot (1-2) - 3 \cdot (1+2) = -13, \\
V &=
\end{aligned}
$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$
\begin{aligned}
(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= 2 \cdot (-2-2) - 4 \cdot (1-2) - 3 \cdot (1+2) = -13, \\
V &= \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right| =
\end{aligned}
$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= 2 \cdot (-2-2) - 4 \cdot (1-2) - 3 \cdot (1+2) = -13, \\
V &= \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right| = |-13| =
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Zadatak. Odredi volumen paralelepipeda razapetog vektorima $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ako je $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Vrijedi $V = \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right|$. Sada je

$$\begin{aligned}
(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \begin{vmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\
&= 2 \cdot (-2-2) - 4 \cdot (1-2) - 3 \cdot (1+2) = -13, \\
V &= \left|(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c})\right| = |-13| = 13.
\end{aligned}$$

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni*

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni*

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena.

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora.

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,
2. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su kolinearni

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,
2. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su kolinearni ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = 0$,

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,
2. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su kolinearni ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = 0$,
3. vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ su komplanarni

Množenje vektora

Kažemo da su vektori:

- *kolinearni* ako leže na istom pravcu,
- *komplanarni* ako leže u istoj ravnini.

Napomena. Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ tri ne-nul vektora. Tada vrijedi:

1. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su međusobno okomiti ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$,
2. vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ su kolinearni ako i samo ako je $\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = 0$,
3. vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ su komplanarni ako i samo ako je $(\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} = 0$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ vektori.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ vektori. *Linearna kombinacija* vektora $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ je vektor

$$\lambda_1 \overrightarrow{a}_1 + \lambda_2 \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a}_n$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ vektori. *Linearna kombinacija* vektora $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ je vektor

$$\lambda_1 \overrightarrow{a}_1 + \lambda_2 \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a}_n$$

pri čemu su $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ realni brojevi.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ vektori. *Linearna kombinacija* vektora $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ je vektor

$$\lambda_1 \overrightarrow{a}_1 + \lambda_2 \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a}_n$$

pri čemu su $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ realni brojevi.

Uočimo da za zadane vektore $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ vektori. *Linearna kombinacija* vektora $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ je vektor

$$\lambda_1 \overrightarrow{a}_1 + \lambda_2 \overrightarrow{a}_2 + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a}_n$$

pri čemu su $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ realni brojevi.

Uočimo da za zadane vektore $\overrightarrow{a}_1, \overrightarrow{a}_2, \ldots, \overrightarrow{a}_n$ postoji beskonačno mnogo različitih linearnih kombinacija tih vektora.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} \quad =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= 2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) + 3\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) - \\ &\quad - \left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= 2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) + 3\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) - \\ &\quad - \left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = -2\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} - 3\overrightarrow{k} \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= 2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) + 3\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) - \\ &\quad - \left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = -2\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} - 3\overrightarrow{k} \\ \overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c} &= \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= 2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) + 3\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) - \\ &\quad - \left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = -2\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} - 3\overrightarrow{k} \\ \overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c} &= \left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - 2\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + 3\left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Napiši (barem) dvije linearne kombinacije vektora

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \quad \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}.$$

Rješenje.

$$\begin{aligned} 2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= 2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) + 3\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) - \\ &\quad - \left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = -2\overrightarrow{i} + 5\overrightarrow{j} - 3\overrightarrow{k} \\ \overrightarrow{a} - 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c} &= \left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - 2\left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + 3\left(2\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}\right) = 6\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k} \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni*

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje. Pitamo se za koje $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ vrijedi:

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje. Pitamo se za koje $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ vrijedi:

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0}$$

Imamo:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje. Pitamo se za koje $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ vrijedi:

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0}$$

Imamo:

- Trivijalnu kombinaciju: $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje. Pitamo se za koje $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ vrijedi:

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0}$$

Imamo:

- Trivijalnu kombinaciju: $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0$ - UVIJEK postoji

Linearna (ne)zavisnost vektora

Definicija. Neka su $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ vektori. Kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno nezavisni* ako

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \ldots, \overrightarrow{a_n}$ *linearno zavisni*.

Pojašnjenje. Pitamo se za koje $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ vrijedi:

$$\lambda_1 \overrightarrow{a_1} + \lambda_2 \overrightarrow{a_2} + \ldots + \lambda_n \overrightarrow{a_n} = \overrightarrow{0}$$

Imamo:

- Trivijalnu kombinaciju: $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n = 0$ - UVIJEK postoji
- Netrivijalnu kombinaciju: ?

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k},$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k},$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} \quad =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \end{aligned}$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \end{aligned}$$

Postoji netrivijalna kombinacija koja daje $\overrightarrow{0}$,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \end{aligned}$$

Postoji netrivijalna kombinacija koja daje $\overrightarrow{0}$, pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \end{aligned}$$

Postoji netrivijalna kombinacija koja daje $\overrightarrow{0}$, pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni. Npr. vektor $\overrightarrow{c}$ "zavisi" od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori

$$\overrightarrow{a} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{b} = -2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}, \ \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}.$$

Odredi linearnu kombinaciju $-2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$ tih vektora. Što iz toga zaključuješ o linearnoj nezavisnosti tih vektora?

Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} -2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} &= -2\left(2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}\right) - \left(-2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}\right) + \\ &\quad + \left(2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}\right) = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} \end{aligned}$$

Postoji netrivijalna kombinacija koja daje $\overrightarrow{0}$, pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni. Npr. vektor $\overrightarrow{c}$ "zavisi" od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ po formuli $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$)

Linearna (ne)zavisnost vektora

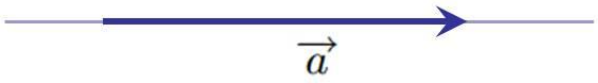
Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ ne leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

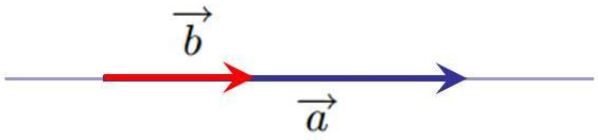
- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ ne leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$.



Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

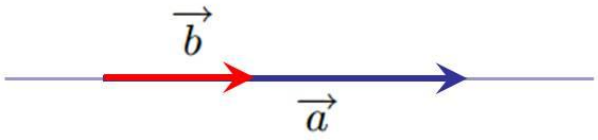
- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ ne leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$.

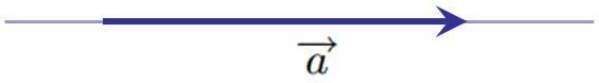


Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ ne leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$.





Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka je $\overrightarrow{a}$ neki ne-nul vektor. Vektor $\overrightarrow{b}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} = \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$,
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ ($\overrightarrow{b} \neq \alpha \overrightarrow{a}$) ako i samo ako $\overrightarrow{b}$ ne leži na istom pravcu kao vektor $\overrightarrow{a}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu).

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b}$)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$)

Linearna (ne)zavisnost vektora

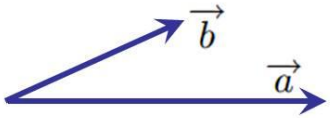
Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

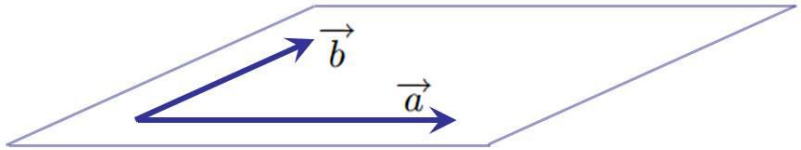
- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.



Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

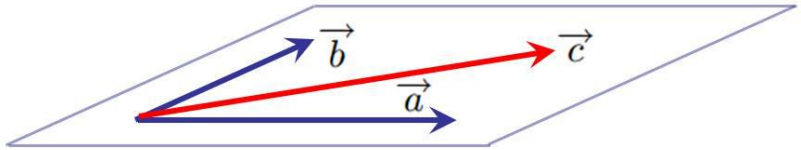
- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.



Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

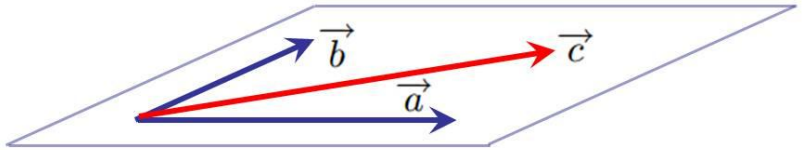
- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

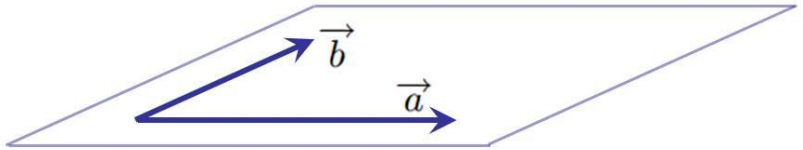


Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

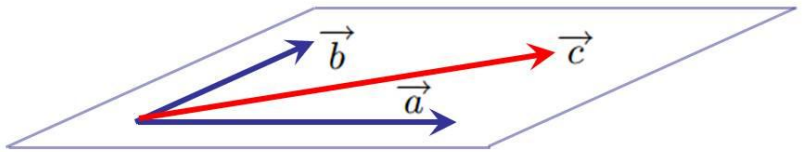


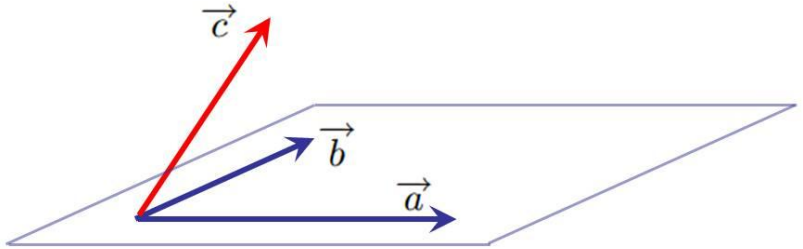


Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže na istom pravcu). Vektor $\overrightarrow{c}$ je:

- linearno zavisan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} = \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.
- linearno nezavistan od $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ ($\overrightarrow{c} \neq \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$) ako i samo ako $\overrightarrow{c}$ ne leži u istoj ravnini kao vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.





Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
<u>Svaki</u> vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
<u>Svaki</u> vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
Svaki vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
Svaki vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3.
Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
Svaki vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3.
Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Dakle, za prostor V^3 vrijedi:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
Svaki vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3.
Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Dakle, za prostor V^3 vrijedi:

- postoji mnoštvo različitih baza prostora V^3,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini).
Svaki vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$
$(\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c})$.

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3.
Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Dakle, za prostor V^3 vrijedi:

- postoji mnoštvo različitih baza prostora V^3,
- sve baze prostora V^3 imaju 3 elementa,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini). **Svaki** vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ($\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c}$).

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3. Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Dakle, za prostor V^3 vrijedi:

- postoji mnoštvo različitih baza prostora V^3,
- sve baze prostora V^3 imaju 3 elementa,
- standardno se za bazu uzima skup $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Neka su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisni vektori (tj. ne leže u istoj ravnini). **Svaki** vektor $\overrightarrow{d} \in V^3$ je zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ ($\overrightarrow{d} = \alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c}$).

Kažemo da skup od tri linearno nezavisna vektora tvori **bazu** prostora V^3. Broj elemenata u bazi naziva se **dimenzija** prostora.

Dakle, za prostor V^3 vrijedi:

- postoji mnoštvo različitih baza prostora V^3,
- sve baze prostora V^3 imaju 3 elementa,
- standardno se za bazu uzima skup $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$,
- dimenzija prostora V^3 je 3.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je:
a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{a} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}.$$

b)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}.$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadan je vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Odredi vektor $\overrightarrow{b}$ tako da je: a) $\overrightarrow{b}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$, b) $\overrightarrow{b}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{a} = 3\vec{i} + 9\vec{j} - 6\vec{k}.$$

b) Vrijedi

$$\overrightarrow{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni?

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je:

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni,

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

b)

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

b) Uočimo da $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ leže u

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

b) Uočimo da $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ leže u xz koordinatnoj ravnini.

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

b) Uočimo da $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ leže u xz koordinatnoj ravnini. Dovoljno je uzeti

$$\overrightarrow{c} =$$

Linearna (ne)zavisnost vektora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ i $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$. Jesu li vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ linearno zavisni? Odredi vektor $\overrightarrow{c}$ tako da je: a) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno zavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$, b) vektor $\overrightarrow{c}$ linearno nezavisan od vektora $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$.

Rješenje. Vektori $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ **<u>nisu</u>** linearno zavisni, jer im koeficijenti nisu proporcionalni.

a) Vrijedi

$$\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} = 2(2\vec{i} + 3\vec{k}) - (2\vec{i} - 4\vec{k}) = 2\vec{i} + 10\vec{k}.$$

b) Uočimo da $\overrightarrow{a}$ i $\overrightarrow{b}$ leže u xz koordinatnoj ravnini. Dovoljno je uzeti

$$\overrightarrow{c} = \vec{i} + \boxed{3\vec{j}} + 4\vec{k}.$$