Vektorski prostori

Jelena Sedlar

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije u Splitu

Definicija vektorskog prostora

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja sa skalarom:

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja sa skalarom:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja sa skalarom:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja sa skalarom:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

M3) kompatibilnost množenja,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu.

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja sa skalarom:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

M3) kompatibilnost množenja,

M5) netrivijalnost množenja.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,

Definicija vektorskog prostora

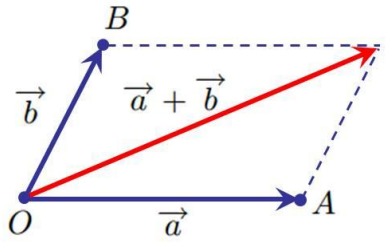
Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

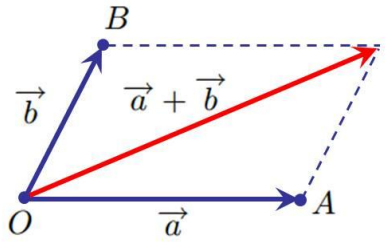
- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,

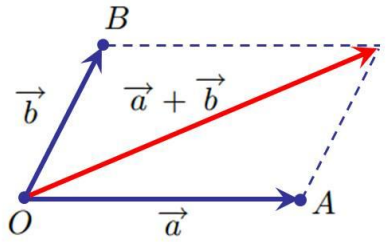


- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

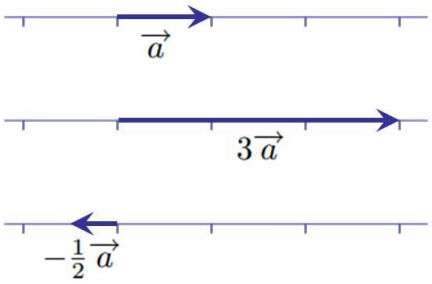
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



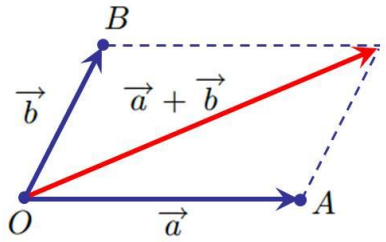
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



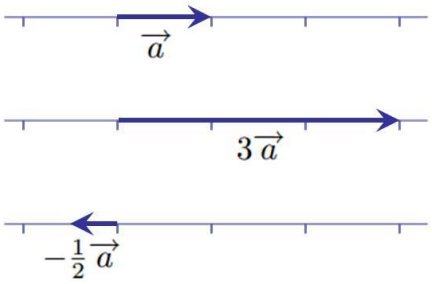
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

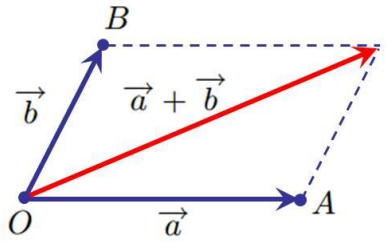


Primjer. Matrice tipa 2×2.

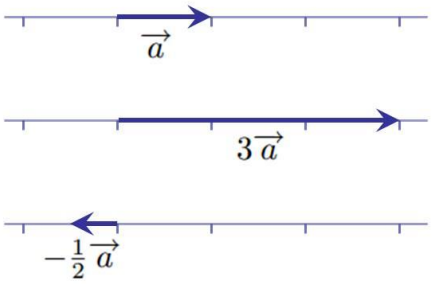
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



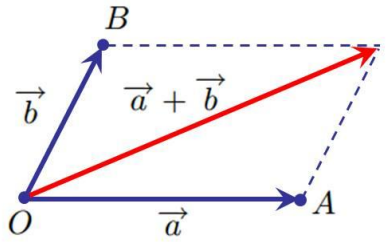
Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,

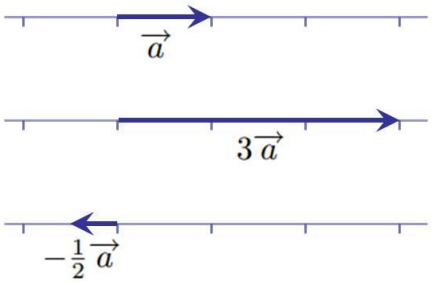
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



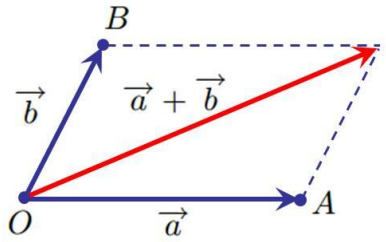
Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,

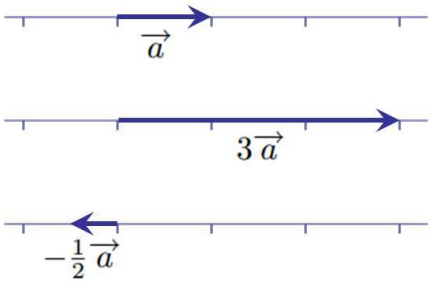
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



Primjer. Matrice tipa 2×2.

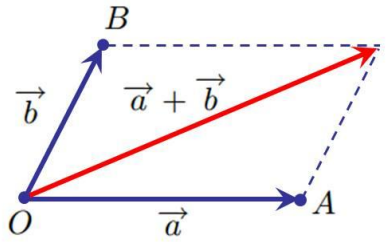
- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$$

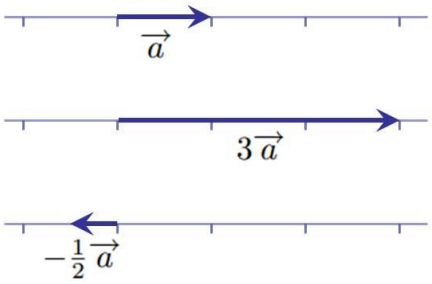
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,

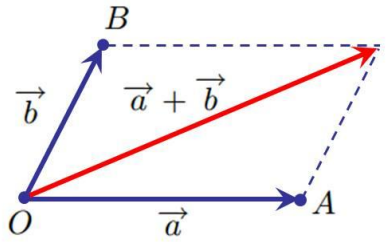
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$$

- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

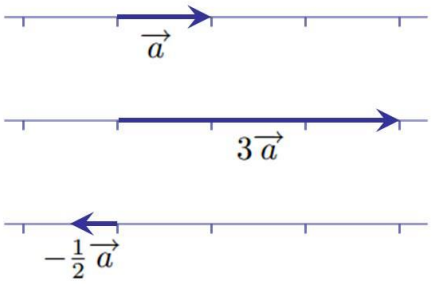
Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,



- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$



Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$$

- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

$$\lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} \end{bmatrix}$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Pitanje: Je li to dosta da bismo imali vektorski prostor?

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Pitanje: Je li to dosta da bismo imali vektorski prostor?
Odgovor:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Pitanje: Je li to dosta da bismo imali vektorski prostor?
Odgovor: NE!

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Pitanje: Je li to dosta da bismo imali vektorski prostor?
Odgovor: NE!

Potrebno je da operacije $+$ i $\cdot$ udovoljavaju određenim SVOJSTVIMA!

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

Z2) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

Z2) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$

Z3) $\mathbf{A} + \mathbf{O} = \mathbf{O} + \mathbf{A} = \mathbf{A}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) + \overrightarrow{c} =$
$= \overrightarrow{a} + (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c})$

Z2) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a}$

Z3) $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$

Z4) $\overrightarrow{a} + (-\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{0}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva zbrajanja:

Z1) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

Z2) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$

Z3) $\mathbf{A} + \mathbf{O} = \mathbf{O} + \mathbf{A} = \mathbf{A}$

Z4) $\mathbf{A} + (-\mathbf{A}) = \mathbf{O}$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Svojstva množenja s λ:

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \lambda \mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \lambda \mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}$,

M2) $(\lambda + \mu) \mathbf{A} = \lambda \mathbf{A} + \mu \mathbf{A}$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \lambda \mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}$,

M2) $(\lambda + \mu) \mathbf{A} = \lambda \mathbf{A} + \mu \mathbf{A}$,

M3) $(\lambda\mu) \mathbf{A} = \lambda(\mu \mathbf{A})$,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Prostorni vektori.

- skup: V^3,
- zbrajanje: $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \overrightarrow{a}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = \lambda \overrightarrow{a} + \lambda \overrightarrow{b}$,

M2) $(\lambda + \mu) \overrightarrow{a} = \lambda \overrightarrow{a} + \mu \overrightarrow{a}$,

M3) $(\lambda\mu) \overrightarrow{a} = \lambda(\mu \overrightarrow{a})$,

M5) $1 \overrightarrow{a} = \overrightarrow{a}$.

Primjer. Matrice tipa 2×2.

- skup: $\mathcal{M}_{2,2}$,
- zbrajanje: $\mathbf{A} + \mathbf{B}$,
- množenje sa skalarom: $\lambda \mathbf{A}$

Svojstva množenja s λ:

M1) $\lambda(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \lambda \mathbf{A} + \lambda \mathbf{B}$,

M2) $(\lambda + \mu) \mathbf{A} = \lambda \mathbf{A} + \mu \mathbf{A}$,

M3) $(\lambda\mu) \mathbf{A} = \lambda(\mu \mathbf{A})$,

M5) $1 \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$.

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja s λ:

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja s λ:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja s λ:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja s λ:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

M3) kompatibilnost množenja,

Definicija vektorskog prostora

Za vektorski prostor potreban nam je:

- skup,
- zbrajanje na skupu,
- množenje sa skalarom na skupu,

pri čemu vrijede:

Svojstva zbrajanja:

Z1) asocijativnost,

Z2) komutativnost,

Z3) postojanje neutralnog elementa,

Z4) postojanje suprotnog elementa.

Svojstva množenja s λ:

M1) distributivnost prema zbrajanju u prostoru,

M2) distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$,

M3) kompatibilnost množenja,

M5) netrivijalnost množenja.

Definicija vektorskog prostora

Definicija.

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$+ \quad : \quad X \times X \to X \qquad \text{(zbrajanje vektora)}$$

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor*

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP1) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X) \quad \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$ (komutativnost),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP1) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X) \quad \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$ (komutativnost),

VP2) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X) \quad \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$ (asocijativnost),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP1) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X) \quad \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$ (komutativnost),

VP2) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X) \quad \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$ (asocijativnost),

VP3) $(\exists \mathbf{0} \in X)\,(\forall \mathbf{x} \in X) \quad \mathbf{0} + \mathbf{x} = \mathbf{x}$ (postojanje neutralnog vektora),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP1) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X) \quad \mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$ (komutativnost),

VP2) $(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X) \quad \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$ (asocijativnost),

VP3) $(\exists \mathbf{0} \in X)\,(\forall \mathbf{x} \in X) \quad \mathbf{0} + \mathbf{x} = \mathbf{x}$ (postojanje neutralnog vektora),

VP4) $(\forall \mathbf{x} \in X)\,(\exists \mathbf{x}' \in X) \quad \mathbf{x} + \mathbf{x}' = \mathbf{x}' + \mathbf{x} = \mathbf{0}$ (postojanje suprotnog vektora),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP5) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; \alpha\,(\beta \mathbf{x}) = (\alpha\beta)\,\mathbf{x}$ (kompatibilnost množenja),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP5) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; \alpha\,(\beta \mathbf{x}) = (\alpha\beta)\,\mathbf{x}$ (kompatibilnost množenja),

VP6) $(\forall \alpha \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X)\;\; \alpha\,(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$ (distributivnost prema zbrajanju u X),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP5) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; \alpha\,(\beta \mathbf{x}) = (\alpha\beta)\,\mathbf{x}$ (kompatibilnost množenja),

VP6) $(\forall \alpha \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X)\;\; \alpha\,(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$ (distributivnost prema zbrajanju u X),

VP7) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; (\alpha + \beta)\,\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

Definicija vektorskog prostora

Definicija. Uređena trojka $(X, +, \cdot)$ koja se sastoji od nepraznog skupa X i dviju operacija

$$\begin{aligned} + &: X \times X \to X \quad \text{(zbrajanje vektora)} \\ \cdot &: \mathbb{R} \times X \to X \quad \text{(množenje vektora sa skalarom)} \end{aligned}$$

naziva se *vektorski prostor* ako vrijede sljedeća svojstva:

VP5) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; \alpha\,(\beta \mathbf{x}) = (\alpha\beta)\,\mathbf{x}$ (kompatibilnost množenja),

VP6) $(\forall \alpha \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in X)\;\; \alpha\,(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$ (distributivnost prema zbrajanju u X),

VP7) $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})\,(\forall \mathbf{x} \in X)\;\; (\alpha + \beta)\,\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$ (distributivnost prema zbrajanju u $\mathbb{R}$),

VP8) $1 \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$ (netrivijalnost množenja).

Definicija vektorskog prostora

Primjer.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

1) Skupovi V^1, V^2 i V^3 uz standardne operacije zbrajanja vektora i množenja vektora sa skalarom.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

1) Skupovi V^1, V^2 i V^3 uz standardne operacije zbrajanja vektora i množenja vektora sa skalarom. (Nazivamo ih *klasičnim* vektorskim prostorima.)

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

1) Skupovi V^1, V^2 i V^3 uz standardne operacije zbrajanja vektora i množenja vektora sa skalarom. (Nazivamo ih *klasičnim* vektorskim prostorima.)
2) Skup matrica $\mathcal{M}_{m,n}$ uz standardne operacije zbrajanja matrica i množenja matrica skalarom.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$(x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') = (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'),$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') &= (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'), \\ \lambda \cdot (x_1, \ldots, x_n) &= (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n). \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') &= (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'), \\ \lambda \cdot (x_1, \ldots, x_n) &= (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n). \end{aligned}$$

4) Skup $\mathcal{P}_n$ svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog n je vektorski prostor

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') &= (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'), \\ \lambda \cdot (x_1, \ldots, x_n) &= (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n). \end{aligned}$$

4) Skup $\mathcal{P}_n$ svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog n je vektorski prostor uz operacije

$$(x_n t^n + \ldots + x_1 t + x_0) + (x_n' t^n + \ldots + x_1' t + x_0') = (x_n + x_n') t^n + \ldots$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') &= (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'), \\ \lambda \cdot (x_1, \ldots, x_n) &= (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n). \end{aligned}$$

4) Skup $\mathcal{P}_n$ svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog n je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_n t^n + \ldots + x_1 t + x_0) + (x_n' t^n + \ldots + x_1' t + x_0') &= (x_n + x_n') t^n + \ldots \\ \lambda(x_n t^n + \ldots + x_1 t + x_0) &= \lambda x_n t^n + \ldots + \lambda x \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

3) Skup $\mathbb{R}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) : x_i \in \mathbb{R} \text{ za } i = 1, \ldots, n\}$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_1, \ldots, x_n) + (x_1', \ldots, x_n') &= (x_1 + x_1', \ldots, x_n + x_n'), \\ \lambda \cdot (x_1, \ldots, x_n) &= (\lambda x_1, \ldots, \lambda x_n). \end{aligned}$$

4) Skup $\mathcal{P}_n$ svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog n je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (x_n t^n + \ldots + x_1 t + x_0) + (x_n' t^n + \ldots + x_1' t + x_0') &= (x_n + x_n') t^n + \ldots \\ \lambda(x_n t^n + \ldots + x_1 t + x_0) &= \lambda x_n t^n + \ldots + \lambda x \end{aligned}$$

Prostor svih polinoma $\mathcal{P}$ je također vektorski prostor uz iste operacije.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$(f + g)(x) \quad = \quad f(x) + g(x),$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Napomena.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Napomena. Da bismo pokazali da su ovo uistinu vektorski prostori,

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Napomena. Da bismo pokazali da su ovo uistinu vektorski prostori, potrebno je pokazati da ovako definirane operacije imaju svojstva VP1-VP8.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Napomena. Da bismo pokazali da su ovo uistinu vektorski prostori, potrebno je pokazati da ovako definirane operacije imaju svojstva VP1-VP8.

- Za klasične vektorske prostore V^1, V^2 i V^3 smo to već pokazali u prvoj cjelini o vektorima.

Definicija vektorskog prostora

Primjer. Neki najpoznatiji vektorski prostori su sljedeći.

5) Skup $\mathcal{F} = \{f : [a, b] \to \mathbb{R}\}$ svih realnih funkcija definiranih na intervalu $[a, b]$ je vektorski prostor uz operacije

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x), \\ (\lambda f)(x) &= \lambda f(x). \end{aligned}$$

Napomena. Da bismo pokazali da su ovo uistinu vektorski prostori, potrebno je pokazati da ovako definirane operacije imaju svojstva VP1-VP8.

- Za klasične vektorske prostore V^1, V^2 i V^3 smo to već pokazali u prvoj cjelini o vektorima.
- Za prostor matrica $\mathcal{M}_{m,n}$ smo to pokazali u cjelini o matricama.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija:

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti,

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a)

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') \quad =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') \ = \ (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\ &= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z),\ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\
&= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \\
&= (x + (x' + x''), y + (y' + y''), z + (z' + z'')) =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z),\ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\
&= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \\
&= (x + (x' + x''), y + (y' + y''), z + (z' + z'')) = \\
&= ((x + x') + x'', (y + y') + y'', (z + z') + z'') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z),\ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\
&= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \\
&= (x + (x' + x''), y + (y' + y''), z + (z' + z'')) = \\
&= ((x + x') + x'', (y + y') + y'', (z + z') + z'') = \\
&= (x + x', y + y', z + z') + (x'', y'', z'') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\
&= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \\
&= (x + (x' + x''), y + (y' + y''), z + (z' + z'')) = \\
&= ((x + x') + x'', (y + y') + y'', (z + z') + z'') = \\
&= (x + x', y + y', z + z') + (x'', y'', z'') = \\
&= ((x, y, z) + (x', y', z')) + (x'', y'', z'') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. a) Neka su $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{x}'' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z), \ \mathbf{x}' = (x', y', z') \text{ i } \mathbf{x}'' = (x'', y'', z'').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} + (\mathbf{x}' + \mathbf{x}'') &= (x, y, z) + \big((x', y', z') + (x'', y'', z'')\big) = \\
&= (x, y, z) + (x' + x'', y' + y'', z' + z'') = \\
&= (x + (x' + x''), y + (y' + y''), z + (z' + z'')) = \\
&= ((x + x') + x'', (y + y') + y'', (z + z') + z'') = \\
&= (x + x', y + y', z + z') + (x'', y'', z'') = \\
&= ((x, y, z) + (x', y', z')) + (x'', y'', z'') = \\
&= (\mathbf{x} + \mathbf{x}') + \mathbf{x}''
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b)

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar,

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad = \quad \lambda((x, y, z) + (x', y', z') =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\ &= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned} \lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\ &= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \\ &= (\lambda(x + x'), \lambda(y + y'), \lambda(z + z')) = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\
&= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \\
&= (\lambda(x + x'), \lambda(y + y'), \lambda(z + z')) = \\
&= (\lambda x + \lambda x', \lambda y + \lambda y', \lambda z + \lambda z') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\
&= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \\
&= (\lambda(x + x'), \lambda(y + y'), \lambda(z + z')) = \\
&= (\lambda x + \lambda x', \lambda y + \lambda y', \lambda z + \lambda z') = \\
&= (\lambda x, \lambda y, \lambda z) + (\lambda x', \lambda y', \lambda z') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\
&= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \\
&= (\lambda(x + x'), \lambda(y + y'), \lambda(z + z')) = \\
&= (\lambda x + \lambda x', \lambda y + \lambda y', \lambda z + \lambda z') = \\
&= (\lambda x, \lambda y, \lambda z) + (\lambda x', \lambda y', \lambda z') = \\
&= \lambda(x, y, z) + \lambda(x', y', z') =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathbb{R}^3$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo asocijativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo distributivnosti prema zbrajanju u $\mathbb{R}^3$.

Rješenje. b) Neka je $\lambda \in \mathbb{R}$ skalar, te $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$ vektori zadani sa

$$\mathbf{x} = (x, y, z) \text{ i } \mathbf{x}' = (x', y', z').$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\lambda(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= \lambda((x, y, z) + (x', y', z') = \\
&= \lambda(x + x', y + y', z + z') = \\
&= (\lambda(x + x'), \lambda(y + y'), \lambda(z + z')) = \\
&= (\lambda x + \lambda x', \lambda y + \lambda y', \lambda z + \lambda z') = \\
&= (\lambda x, \lambda y, \lambda z) + (\lambda x', \lambda y', \lambda z') = \\
&= \lambda(x, y, z) + \lambda(x', y', z') = \\
&= \lambda\mathbf{x} + \lambda\mathbf{x}'
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija:

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti,

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje.

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a)

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$p(t) + p'(t) \quad =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$p(t) + p'(t) \quad = \quad (xt + y) + (x't + y') =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$\begin{aligned} p(t) + p'(t) &= (xt + y) + (x't + y') = \\ &= (x + x')t + (y + y') = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$\begin{aligned} p(t) + p'(t) &= (xt + y) + (x't + y') = \\ &= (x + x')t + (y + y') = \\ &= (x' + x)t + (y' + y) = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$\begin{aligned} p(t) + p'(t) &= (xt + y) + (x't + y') = \\ &= (x + x')t + (y + y') = \\ &= (x' + x)t + (y' + y) = \\ &= (x't + y') + (xt + y) = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. a) Neka su $p(t), p'(t) \in \mathcal{P}_1$ dva vektora zadana sa

$$p(t) = xt + y \text{ i } p'(t) = x't + y'.$$

Sada je

$$\begin{aligned} p(t) + p'(t) &= (xt + y) + (x't + y') = \\ &= (x + x')t + (y + y') = \\ &= (x' + x)t + (y' + y) = \\ &= (x't + y') + (xt + y) = \\ &= p'(t) + p(t) \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b)

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\alpha(\beta p(t)) \quad =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\alpha(\beta p(t)) \quad = \quad \alpha(\beta(xt + y)) =$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\begin{aligned} \alpha(\beta p(t)) &= \alpha(\beta(xt + y)) = \\ &= \alpha((\beta x)t + (\beta y)) = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\begin{aligned} \alpha(\beta p(t)) &= \alpha(\beta(xt + y)) = \\ &= \alpha((\beta x)t + (\beta y)) = \\ &= (\alpha(\beta x))t + (\alpha(\beta y)) = \end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\alpha(\beta p(t)) &= \alpha(\beta(xt + y)) = \\
&= \alpha((\beta x)t + (\beta y)) = \\
&= (\alpha(\beta x))t + (\alpha(\beta y)) = \\
&= ((\alpha\beta)x)t + ((\alpha\beta)y) =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\alpha(\beta p(t)) &= \alpha(\beta(xt+y)) = \\
&= \alpha((\beta x)t + (\beta y)) = \\
&= (\alpha(\beta x))t + (\alpha(\beta y)) = \\
&= ((\alpha\beta)x)t + ((\alpha\beta)y) = \\
&= (\alpha\beta)(xt+y) =
\end{aligned}$$

Definicija vektorskog prostora

Zadatak. Pokaži da u prostoru $\mathcal{P}_1$ operacija: a) zbrajanja ima svojstvo komutativnosti, b) množenja sa skalarom ima svojstvo kompatibilnosti množenja.

Rješenje. b) Neka su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ skalari i $p(t) \in \mathcal{P}_1$ vektor zadan sa

$$p(t) = xt + y.$$

Sada je

$$\begin{aligned}
\alpha(\beta p(t)) &= \alpha(\beta(xt+y)) = \\
&= \alpha((\beta x)t + (\beta y)) = \\
&= (\alpha(\beta x))t + (\alpha(\beta y)) = \\
&= ((\alpha\beta)x)t + ((\alpha\beta)y) = \\
&= (\alpha\beta)(xt+y) = \\
&= (\alpha\beta)p(t)
\end{aligned}$$

Linearno nezavisni vektori

Linearno nezavisni vektori

Definicija.

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor,

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori,

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi.

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija.

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori.

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno nezavisni

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno nezavisni ako iz

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}$$

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno nezavisni ako iz

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}$$

slijedi da je

$$\lambda_1 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

Linearno nezavisni vektori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori, te $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ brojevi. Vektor

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n$$

naziva se *linearna kombinacija* vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$.

Definicija. Neka je X vektorski prostor, $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno nezavisni ako iz

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}$$

slijedi da je

$$\lambda_1 = \ldots = \lambda_n = 0.$$

U suprotnom kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno zavisni.

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti.

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Uočimo da:

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Uočimo da:

- trivijalna kombinacija $0 \cdot \mathbf{x}_1 + \ldots + 0 \cdot \mathbf{x}_n$ <u>**uvijek**</u> postoji,

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Uočimo da:

- trivijalna kombinacija $0 \cdot \mathbf{x}_1 + \ldots + 0 \cdot \mathbf{x}_n$ **uvijek** postoji,
- netrivijalna kombinacija nekad postoji, a nekad ne.

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Uočimo da:

- trivijalna kombinacija $0 \cdot \mathbf{x}_1 + \ldots + 0 \cdot \mathbf{x}_n$ **uvijek** postoji,
- netrivijalna kombinacija nekad postoji, a nekad ne.
  - Ako netrivijalna kombinacija postoji, onda kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno zavisni.

Linearno nezavisni vektori

Pojašnjenje definicije linearne nezavisnosti. Pitamo se za koji odabir koeficijenata λ_i vrijedi

$$\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n = \mathbf{0}.$$

Uočimo da:

- trivijalna kombinacija $0 \cdot \mathbf{x}_1 + \ldots + 0 \cdot \mathbf{x}_n$ **uvijek** postoji,
- netrivijalna kombinacija nekad postoji, a nekad ne.
  - Ako netrivijalna kombinacija postoji, onda kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno zavisni.
  - Ako netrivijalna kombinacija **ne** postoji, onda kažemo da su vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ linearno **ne**zavisni.

Linearno nezavisni vektori

Primjer.

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} \quad = \quad \overrightarrow{0},$$

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$\begin{aligned} 0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0}, \\ \overrightarrow{a} - 2\,\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0} \end{aligned}$$

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$\begin{aligned} 0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0}, \\ \overrightarrow{a} - 2\,\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0} \end{aligned}$$
pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni.

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$\begin{aligned} 0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0}, \\ \overrightarrow{a} - 2\,\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0} \end{aligned}$$
pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni.
2. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = \vec{i}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$\begin{aligned} 0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0}, \\ \overrightarrow{a} - 2\,\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0} \end{aligned}$$
pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni.
2. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = \vec{i}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$
dobivamo $\overrightarrow{0}$ <u>**samo za**</u> trivijalnu kombinaciju
$$0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} = \overrightarrow{0},$$

Linearno nezavisni vektori

Primjer. Razmotrimo vektore iz prostora V^3.

1. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$$
vrijedi
$$\begin{aligned} 0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0}, \\ \overrightarrow{a} - 2\,\overrightarrow{b} - \overrightarrow{c} &= \overrightarrow{0} \end{aligned}$$
pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno zavisni.
2. Za vektore
$$\overrightarrow{a} = \vec{i}, \quad \overrightarrow{b} = \vec{i} + \vec{j}, \quad \overrightarrow{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$
dobivamo $\overrightarrow{0}$ <u>**samo za**</u> trivijalnu kombinaciju
$$0\,\overrightarrow{a} + 0\,\overrightarrow{b} + 0\,\overrightarrow{c} = \overrightarrow{0},$$
pa su vektori $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ i $\overrightarrow{c}$ linearno <u>**ne**</u>zavisni.

Vektori generatori

Vektori generatori

Definicija.

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X.

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Ako je $W \subseteq X$ podskup vektorskog prostora X, onda:

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Ako je $W \subseteq X$ podskup vektorskog prostora X, onda:

- svojstva VP1-VP8 vrijede u W,

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Ako je $W \subseteq X$ podskup vektorskog prostora X, onda:

- svojstva VP1-VP8 vrijede u W, jer vrijede i u "širem" skupu X,

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Ako je $W \subseteq X$ podskup vektorskog prostora X, onda:

- svojstva VP1-VP8 vrijede u W, jer vrijede i u "širem" skupu X,
- može se dogoditi

$$\mathbf{x} \in W \text{ i } \mathbf{x}' \in W \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} + \mathbf{x}' \notin W$$

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te neka je $W \subseteq X$ neki podskup vektora iz X. Kažemo da je W *vektorski potprostor* prostora X ako je i sam vektorski prostor uz iste operacije s vektorima koje su definirane u X.

Ako je $W \subseteq X$ podskup vektorskog prostora X, onda:

- svojstva VP1-VP8 vrijede u W, jer vrijede i u "širem" skupu X,
- može se dogoditi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \in W \text{ i } \mathbf{x}' \in W \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x} + \mathbf{x}' \notin W \\ \mathbf{x} \in W \quad &\Rightarrow \quad \lambda \mathbf{x} \notin W \end{aligned}$$

Vektori generatori

Teorem.

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$.

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\mathbf{x} + \mathbf{x}' \quad \in \quad W$$

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\mathbf{x} + \mathbf{x}' \quad \in \quad W \qquad \text{(zatvorenost na zbrajanje)},$$

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \end{aligned}$$

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \quad \text{(zatvorenost na množenje sa skalarom)}. \end{aligned}$$

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \quad \text{(zatvorenost na množenje sa skalarom)}. \end{aligned}$$

Par uvjeta iz prethodnog teorema može se zamijeniti uvjetom:

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \quad \text{(zatvorenost na množenje sa skalarom)}. \end{aligned}$$

Par uvjeta iz prethodnog teorema može se zamijeniti uvjetom:

- za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i za svaki $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ mora vrijediti

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \quad \text{(zatvorenost na množenje sa skalarom)}. \end{aligned}$$

Par uvjeta iz prethodnog teorema može se zamijeniti uvjetom:

- za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i za svaki $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ mora vrijediti

$$\lambda \mathbf{x} + \mu \mathbf{x}' \in W \text{ (zatvorenost na linearnu kombinaciju).}$$

Vektori generatori

Teorem. Neka je X vektorski prostor i $W \subseteq X$. Skup W je vektorski potprostor prostora X ako i samo ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} + \mathbf{x}' &\in W \quad \text{(zatvorenost na zbrajanje)}, \\ \lambda \mathbf{x} &\in W \quad \text{(zatvorenost na množenje sa skalarom)}. \end{aligned}$$

Par uvjeta iz prethodnog teorema može se zamijeniti uvjetom:

- za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in W$ i za svaki $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ mora vrijediti

$$\lambda \mathbf{x} + \mu \mathbf{x}' \in W \text{ (zatvorenost na linearnu kombinaciju).}$$

Posljedica teorema: ako je W potprostor od X, onda nul-vektor $\mathbf{0}$ mora biti sadržan u W.

Vektori generatori

Zadatak.

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje.

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a) Skup $\mathcal{G}_3$ **jest** potprostor od $\mathcal{M}_3$ jer vrijedi

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a) Skup $\mathcal{G}_3$ **jest** potprostor od $\mathcal{M}_3$ jer vrijedi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} =$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a) Skup $\mathcal{G}_3$ **jest** potprostor od $\mathcal{M}_3$ jer vrijedi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ 0 & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ 0 & 0 & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a) Skup $\mathcal{G}_3$ **jest** potprostor od $\mathcal{M}_3$ jer vrijedi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ 0 & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ 0 & 0 & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

$$\lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} =$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
a) Je li skup $\mathcal{G}_3$ svih gornjetrokutastih kvadratnih matrica reda 3 potprostor prostora $\mathcal{M}_3$?
Rješenje. a) Skup $\mathcal{G}_3$ **jest** potprostor od $\mathcal{M}_3$ jer vrijedi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ 0 & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \\ 0 & 0 & a_{33}+b_{33} \end{bmatrix}$$

$$\lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ 0 & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \\ 0 & 0 & \lambda a_{33} \end{bmatrix}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b) Skup svih dijagonalnih matrica reda n **jest** potprostor od $\mathcal{M}_n$,

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b) Skup svih dijagonalnih matrica reda n **jest** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\text{dijagonalna} + \text{dijagonalna} =$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b) Skup svih dijagonalnih matrica reda n **jest** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\text{dijagonalna} + \text{dijagonalna} = \text{dijagonalna}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b) Skup svih dijagonalnih matrica reda n **jest** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\text{dijagonalna} + \text{dijagonalna} = \text{dijagonalna}$$
$$\lambda \cdot \text{dijagonalna} =$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
b) Je li skup svih dijagonalnih matrica reda n potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. b) Skup svih dijagonalnih matrica reda n **jest** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\text{dijagonalna} + \text{dijagonalna} = \text{dijagonalna}$$
$$\lambda \cdot \text{dijagonalna} = \text{dijagonalna}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c) Je li skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n matrica potprostor od $\mathcal{M}_n$?

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c) Je li skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n matrica potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. c)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c) Je li skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n matrica potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. c) Skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n **nije** potprostor od $\mathcal{M}_n$,

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c) Je li skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n matrica potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. c) Skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n **nije** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
c) Je li skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n matrica potprostor od $\mathcal{M}_n$?
Rješenje. c) Skup svih regularnih kvadratnih matrica reda n **nije** potprostor od $\mathcal{M}_n$, jer vrijedi:

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ nije regularna}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.

d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d) Skup svih polinoma samo s parnim potencijama **jest** potprostor od $\mathcal{P}_n$,

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d) Skup svih polinoma samo s parnim potencijama **jest** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

(polinom s parnim pot.) + (polinom s parnim pot.)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d) Skup svih polinoma samo s parnim potencijama **jest** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

(polinom s parnim pot.) + (polinom s parnim pot.) = polinom s parnim pot.

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d) Skup svih polinoma samo s parnim potencijama **jest** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

$$(\text{polinom s parnim pot.}) + (\text{polinom s parnim pot.}) = \text{polinom s parnim pot.}$$
$$\lambda \cdot (\text{polinom s parnim pot.})$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
d) Je li skup svih polinoma samo s parnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. d) Skup svih polinoma samo s parnim potencijama **<u>jest</u>** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

$$\begin{aligned}(\text{polinom s parnim pot.}) + (\text{polinom s parnim pot.}) &= \text{polinom s parnim pot.}\\ \lambda \cdot (\text{polinom s parnim pot.}) &= \text{polinom s parnim pot.}\end{aligned}$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.

e)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.

e) Je li skup svih polinoma samo s neparnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
e) Je li skup svih polinoma samo s neparnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. e)

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
e) Je li skup svih polinoma samo s neparnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. e) Skup svih polinoma samo s neparnim potencijama **nije** potprostor od $\mathcal{P}_n$,

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
e) Je li skup svih polinoma samo s neparnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. e) Skup svih polinoma samo s neparnim potencijama **nije** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

$$p(t) = 0$$

Vektori generatori

Zadatak. Odgovori na sljedeća pitanja, te obrazloži odgovor.
e) Je li skup svih polinoma samo s neparnim potencijama potprostor od $\mathcal{P}_n$?
Rješenje. e) Skup svih polinoma samo s neparnim potencijama **nije** potprostor od $\mathcal{P}_n$, jer vrijedi:

$$p(t) = 0 \text{ nije polinom samo s neparnim pot.}$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X.

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) =$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\}$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) \quad =$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned}(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\end{aligned}$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n), \end{aligned}$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n), \end{aligned}$$

- zatvoren je na množenje sa skalarom

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n), \end{aligned}$$

- zatvoren je na množenje sa skalarom jer vrijedi

$$\mu(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) =$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned}(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n),\end{aligned}$$

- zatvoren je na množenje sa skalarom jer vrijedi

$$\mu(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) = (\mu\lambda_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\mu\lambda_n)\mathbf{x}_n$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n), \end{aligned}$$

- zatvoren je na množenje sa skalarom jer vrijedi

$$\mu(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) = (\mu\lambda_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\mu\lambda_n)\mathbf{x}_n \in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n),$$

Vektori generatori

Neka je sada $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ skup bilo kojih vektora iz X. Definiramo skup svih linearnih kombinacija vektora $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ sa

$$L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n) = \{\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n : \lambda_i \in \mathbb{R}\} \subseteq X.$$

Skup $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ je:

- zatvoren na zbrajanje jer vrijedi

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) + (\mu_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \mu_n \mathbf{x}_n) &= \\ = (\lambda_1 + \mu_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\lambda_n + \mu_n)\mathbf{x}_n &\in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n), \end{aligned}$$

- zatvoren je na množenje sa skalarom jer vrijedi

$$\mu(\lambda_1 \mathbf{x}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{x}_n) = (\mu\lambda_1)\mathbf{x}_1 + \ldots + (\mu\lambda_n)\mathbf{x}_n \in L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n),$$

pa je $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ **potprostor** prostora X.

Vektori generatori

Definicija.

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori.

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Potprostor $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ prostora X naziva se potprostor prostora X *generiran* vektorima $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$,

Vektori generatori

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n \in X$ vektori. Potprostor $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$ prostora X naziva se potprostor prostora X *generiran* vektorima $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$, a vektori $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ nazivaju se *vektori generatori* prostora $L(\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n)$.

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor,

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora,

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) \quad =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) = \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = \end{aligned}$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha\,\overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\,\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\,\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha\,\overrightarrow{a} + \beta\,\overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\,\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\,\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\,\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\,\overrightarrow{b}, 3\,\overrightarrow{a} + 5\,\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora,

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora, onda je

$$L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha \overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora, onda je

$$L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) = \{\alpha \overrightarrow{a} + \beta \overrightarrow{b} + \gamma \overrightarrow{c} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\} =$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha\overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} + \gamma\overrightarrow{c} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\} = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, 2a - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \end{aligned}$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha\overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} + \gamma\overrightarrow{c} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\} = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, 2a - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, 2a - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}, 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}) = \end{aligned}$$

Vektori generatori

Za prostor V^3 vrijedi:

- ako je $\overrightarrow{a} \in V^3$ neki ne-nul vektor, onda je

$$L(\overrightarrow{a}) = \{\alpha\overrightarrow{a} : \alpha \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}) = L(\overrightarrow{a}, 3\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{a});$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \in V^3$ dva linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}) = L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, 2\overrightarrow{a}, -\tfrac{1}{2}\overrightarrow{b}, 3\overrightarrow{a} + 5\overrightarrow{b}); \end{aligned}$$

- ako su $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \in V^3$ tri linearno nezavisna vektora, onda je

$$\begin{aligned} L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}) &= \{\alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b} + \gamma\overrightarrow{c} : \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\} = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, 2a - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \\ &= L(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, 2a - \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}, 2\overrightarrow{b} + 3\overrightarrow{c}) = V^3. \end{aligned}$$

Vektori generatori

Cilj nam je dobiti:

Vektori generatori

Cilj nam je dobiti:

- što manji skup generatora,

Vektori generatori

Cilj nam je dobiti:

- što manji skup generatora,
- koji generira cijeli vektorski prostor.

Vektori generatori

Cilj nam je dobiti:

- što manji skup generatora,
- koji generira cijeli vektorski prostor.

Takav skup nazivat ćemo **<u>bazom</u>** vektorskog prostora.

Baze vektorskih prostora

Baze vektorskih prostora

Definicija.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X,

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, za svaki $\mathbf{x} \in X$ vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, za svaki $\mathbf{x} \in X$ vrijedi:

$$\mathbf{x} \in X \Rightarrow$$

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, za svaki $\mathbf{x} \in X$ vrijedi:

$$\mathbf{x} \in X \Rightarrow \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n$$

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor. *Dimenzija* $\dim X$ vektorskog prostora X je najveći broj linearno nezavisnih vektora prostora X.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor. *Dimenzija* $\dim X$ vektorskog prostora X je najveći broj linearno nezavisnih vektora prostora X.

Teorem.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor. *Dimenzija* $\dim X$ vektorskog prostora X je najveći broj linearno nezavisnih vektora prostora X.

Teorem. Neka je X vektorski prostor.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor. *Dimenzija* $\dim X$ vektorskog prostora X je najveći broj linearno nezavisnih vektora prostora X.

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Svake dvije baze vektorskog prostora X imaju isti broj elemenata.

Baze vektorskih prostora

Definicija. Neka je X vektorski prostor, te $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n \in X$ vektori. Kažemo da je skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ *baza* prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X.

Vektorski prostor može imati više različitih baza. Koja je veza različitih baza?

Definicija. Neka je X vektorski prostor. *Dimenzija* $\dim X$ vektorskog prostora X je najveći broj linearno nezavisnih vektora prostora X.

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Svake dvije baze vektorskog prostora X imaju isti broj elemenata. Taj broj je jednak dimenziji prostora X.

Baze vektorskih prostora

Primjer.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$,

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 =$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$,

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij. Obzirom na broj matrica E_{ij} slijedi da je $\dim \mathcal{M}_{mn} = mn$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij. Obzirom na broj matrica E_{ij} slijedi da je $\dim \mathcal{M}_{mn} = mn$.
   Primjer:

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij. Obzirom na broj matrica E_{ij} slijedi da je $\dim \mathcal{M}_{mn} = mn$.
   Primjer: baza prostora $\mathcal{M}_{2,2}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\},$$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij. Obzirom na broj matrica E_{ij} slijedi da je $\dim \mathcal{M}_{mn} = mn$.
   Primjer: baza prostora $\mathcal{M}_{2,2}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\},$$

   a dimenzija je $\dim \mathcal{M}_{2,2} =$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

1) Standardna baza prostora V^3 je $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, pa je $\dim V^3 = 3$.
2) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{m,n}$ je skup $\{E_{i,j} : i = 1, \ldots, m, j = 1, \ldots, n\}$, pri čemu je E_{ij} matrica dobivena iz nul-matrice stavljanjem broja 1 umjesto 0 na poziciji ij. Obzirom na broj matrica E_{ij} slijedi da je $\dim \mathcal{M}_{mn} = mn$.
   Primjer: baza prostora $\mathcal{M}_{2,2}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\},$$

   a dimenzija je $\dim \mathcal{M}_{2,2} = 4$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

3) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{n,1}$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

3) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{n,1}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

3) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{n,1}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

pa je $\dim \mathcal{M}_{n,1} = n$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

3) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{n,1}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

pa je $\dim \mathcal{M}_{n,1} = n$.

Napomena.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

3) Standardna baza prostora $\mathcal{M}_{n,1}$ je

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \ldots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

pa je $\dim \mathcal{M}_{n,1} = n$.
Napomena. Posve analogno vrijedi za prostor $\mathcal{M}_{1,n}$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

4) Standardna baza prostora $\mathbb{R}^n$ je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

4) Standardna baza prostora $\mathbb{R}^n$ je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, pri čemu je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0),\ \mathbf{e}_1 = (0, 1, \ldots, 0),\ \ \ldots, \mathbf{e}_1 = (0, 0, \ldots, 1),$$

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

4) Standardna baza prostora $\mathbb{R}^n$ je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, pri čemu je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0),\ \mathbf{e}_1 = (0, 1, \ldots, 0),\ \ \ldots, \mathbf{e}_1 = (0, 0, \ldots, 1),$$

pa je $\dim \mathbb{R}^n = n$.

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

4) Standardna baza prostora $\mathbb{R}^n$ je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, pri čemu je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0),\ \mathbf{e}_1 = (0, 1, \ldots, 0),\ \ \ldots, \mathbf{e}_1 = (0, 0, \ldots, 1),$$

pa je $\dim \mathbb{R}^n = n$.

5) Standardna baza prostora $\mathcal{P}_n$ je $\{1, t, t^2, \ldots, t^n\}$,

Baze vektorskih prostora

Primjer. Standardne baze i dimenzije nekih najčešće korištenih vektorskih prostora su sljedeće.

4) Standardna baza prostora $\mathbb{R}^n$ je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, pri čemu je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, \ldots, 0),\ \mathbf{e}_1 = (0, 1, \ldots, 0),\ \ \ldots, \mathbf{e}_1 = (0, 0, \ldots, 1),$$

pa je $\dim \mathbb{R}^n = n$.

5) Standardna baza prostora $\mathcal{P}_n$ je $\{1, t, t^2, \ldots, t^n\}$, pa je $\dim \mathcal{P}_n = n + 1$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 =$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer dim $M_{2,2} =$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer dim $M_{2,2} = 4$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer dim $M_{2,2} = 4$.

c)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer dim $M_{2,2} = 4$.

c) Ne može,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer dim $V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer dim $M_{2,2} = 4$.

c) Ne može, jer dim $\mathbb{R}^2 =$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer $\dim V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer $\dim M_{2,2} = 4$.

c) Ne može, jer $\dim \mathbb{R}^2 = 2$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Može li skup S biti skup linearno nezavisnih vektora, ako je:

a) $S = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}, \overrightarrow{d}\} \subseteq V^3$,

b) $S = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\} \subseteq \mathcal{M}_{2,2}$,

c) $S = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\} \subseteq \mathbb{R}^2$?

Obrazloži odgovor.

Rješenje. a) Ne može, jer $\dim V^3 = 3$ pa u V^3 najviše 3 vektora mogu biti lin. nez.

b) Može, jer $\dim M_{2,2} = 4$.

c) Ne može, jer $\dim \mathbb{R}^2 = 2$ pa u $\mathbb{R}^2$ najviše 2 vektora mogu biti lin. nez.

Baze vektorskih prostora

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X,

Baze vektorskih prostora

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, imamo:

$$\mathbf{x} \in X \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n$$

Baze vektorskih prostora

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, imamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \in X \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \\ &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} \end{aligned}$$

Baze vektorskih prostora

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, imamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \in X \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \\ &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} \quad \text{- matrični prikaz vektora } \mathbf{x} \text{ u bazi } \mathcal{B} \end{aligned}$$

Baze vektorskih prostora

Obzirom da vektori baze $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ generiraju vektorski prostor X, imamo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \in X \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \\ &\Rightarrow \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} \quad \text{- matrični prikaz vektora } \mathbf{x} \text{ u bazi } \mathcal{B} \end{aligned}$$

Uočimo da matrični prikaz vektora **ovisi o odabranoj bazi** $\mathcal{B}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

a) $\vec{i} - 4\vec{j} \in V^2$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

a) $\vec{i} - 4\vec{j} \in V^2$, b) $2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

a) $\vec{i} - 4\vec{j} \in V^2$, b) $2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3$, c) $t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2$,

d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

a) $\vec{i} - 4\vec{j} \in V^2$, b) $2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3$, c) $t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2$,
d) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}$, e) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\vec{i} - 4\vec{j} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

b)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

b) Vrijedi

$$2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. a) Vrijedi

$$\vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix},$$

b) Vrijedi

$$2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

d)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

d) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

d) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

d) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. c) Vrijedi

$$t^2 - 3t + 2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

d) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} = 1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. e)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. e) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. e) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Prikaži matrično u standardnoj bazi vektore:

$$\text{a) } \vec{i} - 4\vec{j} \in V^2, \text{ b) } 2\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k} \in V^3, \text{ c) } t^2 - 3t + 2 \in \mathcal{P}_2,$$
$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{1,3}, \text{ e) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_{2,2}.$$

Rješenje. e) Vrijedi

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

pa je

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

pa je

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad r(\mathbf{B}) =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

pa je

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad r(\mathbf{B}) = 3$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

pa je

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad r(\mathbf{B}) = 3 \text{ (puni rang)}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Linearna nezavisnost: vrijedi

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

pa je

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad r(\mathbf{B}) = 3 \text{ (puni rang)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \text{ su lin. nezavisni}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3: za proizvoljni $\overrightarrow{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \in V^3$ vrijedi

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3: za proizvoljni $\overrightarrow{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \in V^3$ vrijedi

$$\overrightarrow{a} \quad = \quad a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3: za proizvoljni $\overrightarrow{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \in V^3$ vrijedi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a} &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \\ &= a_x\vec{e}_1 + a_y(\vec{e}_2 - \vec{e}_1) + a_z(\vec{e}_3 - \vec{e}_2 - \vec{e}_1) = \end{aligned}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3: za proizvoljni $\overrightarrow{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \in V^3$ vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \\
&= a_x\vec{e}_1 + a_y(\vec{e}_2 - \vec{e}_1) + a_z(\vec{e}_3 - \vec{e}_2 - \vec{e}_1) = \\
&= \underbrace{(a_x - a_y - a_z)}_{a'_x}\vec{e}_1 + \underbrace{(a_y - a_z)}_{a'_y}\vec{e}_2 + \underbrace{a_z}_{a'_z}\vec{e}_3 =
\end{aligned}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Ispitaj je li skup $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ baza prostora V^3, ako je $\vec{e}_1 = \vec{i}$, $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{e}_3 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Rješenje. Generiranje cijelog prostora V^3: za proizvoljni $\overrightarrow{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \in V^3$ vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \\
&= a_x\vec{e}_1 + a_y(\vec{e}_2 - \vec{e}_1) + a_z(\vec{e}_3 - \vec{e}_2 - \vec{e}_1) = \\
&= \underbrace{(a_x - a_y - a_z)}_{a'_x}\vec{e}_1 + \underbrace{(a_y - a_z)}_{a'_y}\vec{e}_2 + \underbrace{a_z}_{a'_z}\vec{e}_3 = \\
&= a'_x\vec{e}_1 + a'_y\vec{e}_2 + a'_z\vec{e}_3.
\end{aligned}$$

Baze vektorskih prostora

Teorem.

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor.

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem.

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem. Neka je X vektorski prostor.

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X i

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X

Baze vektorskih prostora

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ linearno nezavisni i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Teorem. Neka je X vektorski prostor. Skup $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\} \subseteq X$ je baza prostora X ako vrijedi:

- vektori $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ generiraju cijeli prostor X i
- broj vektora $\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n$ jednak dimenziji prostora X (tj. $n = \dim X$).

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer dim $V^3 =$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 3$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 3 \text{ (puni rang)}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 3 \text{ (puni rang)}$$

$$\Rightarrow \text{ vektori } \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \text{ su lin. nez.}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su vektori $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} - 2\overrightarrow{j} + 4\overrightarrow{k}$, $\overrightarrow{b} = 3\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\overrightarrow{k}$ i $\overrightarrow{c} = 2\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{k}$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora V^3, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer dim $V^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je dim $V^3 = 3$,
- linearna nezavisost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 3 \text{ (puni rang)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c} \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **jest** baza prostora V^3.

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \sim \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.

Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ <u>**jest**</u> baza prostora $\mathcal{P}_1$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$
$$\Rightarrow \text{ vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ <u>**jest**</u> baza prostora $\mathcal{P}_1$.
b)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$
$$\Rightarrow \text{ vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **jest** baza prostora $\mathcal{P}_1$.
b) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$
$$\Rightarrow \text{ vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **jest** baza prostora $\mathcal{P}_1$.
b) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathcal{P}_1 = 2$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadani su polinomi $p_1(t) = t - 2$, $p_2(t) = 2t + 3$ i $p_3(t) = -3t + 1$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathcal{P}_1$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t)\}$, b) $\mathcal{B} = \{p_1(t), p_2(t), p_3(t)\}$.
Rješenje. a) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathcal{P}_1 = 2$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (puni rang)}$$
$$\Rightarrow \text{ vektori } p_1(t), p_2(t) \text{ su lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **jest** baza prostora $\mathcal{P}_1$.
b) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathcal{P}_1 = 2$ pa $\mathcal{B}$ ima previše vektora.

Baze vektorskih prostora

Zadatak.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je:
a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je:
a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 =$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost:

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) =$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (\textbf{nije} puni ra}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (}\underline{\textbf{nije}}\text{ puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (\underline{\textbf{nije}} puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **nije** baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \ (\underline{\textbf{nije}} \text{ puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ <u>**nije**</u> baza prostora $\mathbb{R}^3$.

c)

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (\underline{nije} puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **nije** baza prostora $\mathbb{R}^3$.

c) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza,

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (\underline{\textbf{nije}} puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **nije** baza prostora $\mathbb{R}^3$.

c) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$

Baze vektorskih prostora

Zadatak. Zadane su uređene trojke $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{b} = (2, 2, -3)$, $\mathbf{c} = (3, 2, -1)$ i $\mathbf{d} = (0, 3, 1)$. Ispitaj je li skup $\mathcal{B}$ baza prostora $\mathbb{R}^3$, ako je: a) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$, b) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$, c) $\mathcal{B} = \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\}$.

Rješenje. a) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ nema dovoljno vektora.

b) Vrijedi:

- broj vektora u $\mathcal{B}$ jednak je $\dim \mathbb{R}^3 = 3$,
- linearna nezavisnost: vrijedi

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix} \sim \ldots \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow r(\mathbf{B}) = 2 \text{ (\underline{\textbf{nije}} puni ra}$$

$$\Rightarrow \quad \text{vektori } \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \ \underline{\textbf{nisu}} \text{ lin. nez.}$$

pa skup $\mathcal{B}$ **nije** baza prostora $\mathbb{R}^3$.

c) Skup $\mathcal{B}$ **nije** baza, jer $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ pa $\mathcal{B}$ ima previše vektora.

Promjena baze

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n$$

što u matričnom zapisu glasi

$$\mathbf{x} =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n$$

što u matričnom zapisu glasi

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n$$

što u matričnom zapisu glasi

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}'}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, te neka vrijedi:

- dimenzija prostora X je n,
- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ su dvije baze prostora X.

Uočimo da za $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n = x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 + \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n$$

što u matričnom zapisu glasi

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix}_{\mathcal{B}'}$$

Matrični prikaz vektora očito **ovisi o odabranoj bazi**.

Promjena baze

Zadatak.

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3,

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3.

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje.

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \quad = \quad 4\vec{i}+4\vec{k} =$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} \quad = \quad 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1},$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1},$$

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} =$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1},$$

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} = 2(\vec{i}+\vec{j}) + 2(\vec{i}-\vec{j}) + 4\vec{k} =$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}, \\
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = 2(\vec{i}+\vec{j})+2(\vec{i}-\vec{j})+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2},
\end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1},$$

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} = 2(\vec{i}+\vec{j})+2(\vec{i}-\vec{j})+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2},$$

$$\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k} =$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}, \\
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = 2(\vec{i}+\vec{j})+2(\vec{i}-\vec{j})+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2}, \\
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = 4(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})-4(\vec{j}+\vec{k})+4\vec{k} =
\end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Neka je $\mathcal{B}_1$ standardna baza prostora V^3, a $\mathcal{B}_2 = \{\vec{i}+\vec{j}, \vec{i}-\vec{j}, \vec{k}\}$ i $\mathcal{B}_3 = \{\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}\}$ dvije nestandardne baze prostora V^3. Zapiši matrično vektor $\overrightarrow{a} = 4\vec{i}+4\vec{k}$ u bazama $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ i $\mathcal{B}_3$ redom.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}, \\
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = 2(\vec{i}+\vec{j})+2(\vec{i}-\vec{j})+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2}, \\
\overrightarrow{a} &= 4\vec{i}+4\vec{k} = 4(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})-4(\vec{j}+\vec{k})+4\vec{k} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_3}.
\end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je:

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

$$\mathbf{e}'_1 \quad = \quad t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n$$

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots \\
\mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n.
\end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots \\
\mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n.
\end{aligned}$$

Neka je

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \quad \text{prikaz vektora } \mathbf{x} \text{ u } \mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\},$$

Promjena baze

Neka je:

- $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara baza prostora X,
- $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Vrijedi

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots \\
\mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n.
\end{aligned}$$

Neka je

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \quad \text{prikaz vektora } \mathbf{x} \text{ u } \mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}, \\
\mathbf{x} &= x'_1\mathbf{e}'_1 + x'_2\mathbf{e}'_2 \ldots + x'_n\mathbf{e}'_n \quad \text{prikaz vektora } \mathbf{x} \text{ u } \mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}.
\end{aligned}$$

Promjena baze

Sada imamo

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \quad =$$

Promjena baze

Sada imamo

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \quad = \quad x_1'\mathbf{e}_1' + x_2'\mathbf{e}_2' \ldots + x_n'\mathbf{e}_n' =$$

Promjena baze

Sada imamo

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n &= x_1'\mathbf{e}_1' + x_2'\mathbf{e}_2' \ldots + x_n'\mathbf{e}_n' = \\
&= x_1'(t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n) + \\
&\quad + x_2'(t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n) + \\
&\quad \ldots \\
&\quad + x_n'(t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n)
\end{aligned}
$$

Promjena baze

Sada imamo

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n &= x_1'\mathbf{e}_1' + x_2'\mathbf{e}_2' \ldots + x_n'\mathbf{e}_n' = \\
&= x_1'(t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n) + \\
&\quad + x_2'(t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n) + \\
&\quad \ldots \\
&\quad + x_n'(t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n) \\
&= (t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n')\mathbf{e}_1 + \\
&\quad + (t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n')\mathbf{e}_2 + \\
&\quad \ldots \\
&\quad + (t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n')\mathbf{e}_n.
\end{aligned}
$$

Promjena baze

Dakle, mora biti

$$\begin{aligned} t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n' &= x_1 \\ t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n' &= x_2 \\ &\vdots \\ t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n' &= x_n \end{aligned}$$

Promjena baze

Dakle, mora biti

$$\begin{aligned} t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n' &= x_1 \\ t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n' &= x_2 \\ &\vdots \\ t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n' &= x_n \end{aligned}$$

ili matrično

$$\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{x},$$

Promjena baze

Dakle, mora biti

$$\begin{aligned} t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n' &= x_1 \\ t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n' &= x_2 \\ &\vdots \\ t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n' &= x_n \end{aligned}$$

ili matrično

$$\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{x},$$

pri čemu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Dakle, mora biti

$$\begin{aligned} t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n' &= x_1 \\ t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n' &= x_2 \\ &\vdots \\ t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n' &= x_n \end{aligned}$$

ili matrično

$$\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{x},$$

pri čemu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

matrica prijelaza iz stare baze u novu.

Promjena baze

Dakle, mora biti

$$\begin{aligned} t_{11}x_1' + t_{12}x_2' + \ldots + t_{1n}x_n' &= x_1 \\ t_{21}x_1' + t_{22}x_2' + \ldots + t_{2n}x_n' &= x_2 \\ &\vdots \\ t_{n1}x_1' + t_{n2}x_2' + \ldots + t_{nn}x_n' &= x_n \end{aligned}$$

ili matrično

$$\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{x},$$

pri čemu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

matrica prijelaza iz stare baze u novu. Matrica $\mathbf{T}$ je regularna, pa je i $\mathbf{T}^{-1}\mathbf{x} = \mathbf{x}'$.

Promjena baze

Zadatak.

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje.

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom.

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom. Dakle

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} =$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom. Dakle

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} = x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3.$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom. Dakle

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} = x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3.$$

Nepoznate koeficijente x, y i z možemo odrediti na dva ekvivalentna načina:

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom. Dakle

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} = x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3.$$

Nepoznate koeficijente x, y i z možemo odrediti na dva ekvivalentna načina:

- rješavanjem sustava,

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Neka su

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{a}' = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matrični zapisi vektora $\overrightarrow{a}$ u standardnoj bazi i bazi $\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ redom. Dakle

$$\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} = x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3.$$

Nepoznate koeficijente x, y i z možemo odrediti na dva ekvivalentna načina:

- rješavanjem sustava,
- rješavanjem matrične jednadžbe.

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I:

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 \quad = \quad \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k},$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$\begin{aligned} x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ x(\vec{i} + \vec{j}) + y(\vec{j} - \vec{k}) + z(\vec{i} + 2\vec{k}) &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$\begin{aligned} x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ x(\vec{i} + \vec{j}) + y(\vec{j} - \vec{k}) + z(\vec{i} + 2\vec{k}) &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ (x+z)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + (-y+2z)\vec{k} &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$\begin{aligned} x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ x(\vec{i} + \vec{j}) + y(\vec{j} - \vec{k}) + z(\vec{i} + 2\vec{k}) &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ (x+z)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + (-y+2z)\vec{k} &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

pa dobivamo sustav

$$\begin{aligned} x + z &= 1 \\ x + y &= -4 \quad \Rightarrow \\ -y + 2z &= 2 \end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$\begin{aligned} x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ x(\vec{i} + \vec{j}) + y(\vec{j} - \vec{k}) + z(\vec{i} + 2\vec{k}) &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ (x+z)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + (-y+2z)\vec{k} &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

pa dobivamo sustav

$$\begin{aligned} x + z &= 1 \\ x + y &= -4 \\ -y + 2z &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \ldots \Rightarrow \quad \begin{aligned} x &= 4, \\ y &= -8, \\ z &= -3 \end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način I: Uočimo da mora biti

$$\begin{aligned} x\overrightarrow{v}_1 + y\overrightarrow{v}_2 + z\overrightarrow{v}_3 &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ x(\vec{i} + \vec{j}) + y(\vec{j} - \vec{k}) + z(\vec{i} + 2\vec{k}) &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \\ (x+z)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + (-y+2z)\vec{k} &= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}, \end{aligned}$$

pa dobivamo sustav

$$\begin{aligned} x + z &= 1 \\ x + y &= -4 \\ -y + 2z &= 2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \ldots \Rightarrow \quad \begin{aligned} x &= 4, \\ y &= -8, \\ z &= -3 \end{aligned} \quad \Rightarrow \overrightarrow{a} = 4\overrightarrow{v}_1 - 8\overrightarrow{v}_2 - 3\overrightarrow{v}_3$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II:

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{a}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \Rightarrow$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{a}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} =$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{a}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Promjena baze

Zadatak. Prikaži vektor $\overrightarrow{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ u bazi

$$\{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\} = \{\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} - \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{k}\}.$$

Rješenje. Način II: Matrica prijelaza iz standardne u novu bazu je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{a}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{a} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Dakle, prikaz vektora $\overrightarrow{a}$ u novoj bazi je $\overrightarrow{a} = 4\overrightarrow{v}_1 - 8\overrightarrow{v}_2 - 3\overrightarrow{v}_3$.