Linearni operatori

Jelena Sedlar

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Definicija linearnog operatora

Definicija linearnog operatora

Definicija.

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori.

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \longrightarrow Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \longrightarrow Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad = \quad A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), \qquad \text{(aditivnost)}$$

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Kažemo da operator $A : X \to Y$ ima svojstvo *linearnosti*

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Kažemo da operator $A : X \to Y$ ima svojstvo *linearnosti* ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda, \lambda' \in \mathbb{R}$ vrijedi

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Kažemo da operator $A : X \to Y$ ima svojstvo *linearnosti* ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda, \lambda' \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\lambda \mathbf{x} + \lambda' \mathbf{x}') = \lambda A(\mathbf{x}) + \lambda' A(\mathbf{x}'). \qquad \text{(linearnost)}$$

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda\mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Kažemo da operator $A : X \to Y$ ima svojstvo *linearnosti* ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda, \lambda' \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\lambda\mathbf{x} + \lambda'\mathbf{x}') = \lambda A(\mathbf{x}) + \lambda' A(\mathbf{x}'). \qquad \text{(linearnost)}$$

Vrijedi:

Definicija linearnog operatora

Definicija. Neka su X i Y vektorski prostori. Preslikavanje $A : X \to Y$ sa svojstvom da za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x} + \mathbf{x}') &= A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}'), && \text{(aditivnost)} \\ A(\lambda \mathbf{x}) &= \lambda A(\mathbf{x}), && \text{(homogenost)} \end{aligned}$$

zove se *linearni operator*.

Kažemo da operator $A : X \to Y$ ima svojstvo *linearnosti* ako za svaki $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in X$ i za svaki $\lambda, \lambda' \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\lambda \mathbf{x} + \lambda' \mathbf{x}') = \lambda A(\mathbf{x}) + \lambda' A(\mathbf{x}'). \qquad \text{(linearnost)}$$

Vrijedi: aditivnost+homogenost $\Leftrightarrow$ linearnost.

Definicija linearnog operatora

Zadatak.

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a)

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$,

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') \quad =$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') \quad = \quad A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) =$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') = A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) =$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\ &= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\ &= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\ &= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\ &= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\ &= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\ &= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'),
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'), \\
A(\lambda\overrightarrow{v}) &=
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'), \\
A(\lambda\overrightarrow{v}) &= A(\lambda x\vec{i} + \lambda y\vec{j}) =
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'), \\
A(\lambda\overrightarrow{v}) &= A(\lambda x\vec{i} + \lambda y\vec{j}) = (\lambda x + 2\lambda y)\vec{i} + (\lambda x - \lambda y)\vec{j} =
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'), \\
A(\lambda\overrightarrow{v}) &= A(\lambda x\vec{i} + \lambda y\vec{j}) = (\lambda x + 2\lambda y)\vec{i} + (\lambda x - \lambda y)\vec{j} = \\
&= \lambda((x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}) =
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Rješenje.
a) Operator A je linearan jer za proizvoljne vektore $\overrightarrow{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ i $\overrightarrow{v}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A(\overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}') &= A((x\vec{i} + y\vec{j}) + (x'\vec{i} + y'\vec{j})) = A((x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}) = \\
&= ((x + x') + 2(y + y'))\vec{i} + ((x + x') - (y + y'))\vec{j} = \\
&= (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j} + (x' + 2y')\vec{i} + (x' - y')\vec{j} = \\
&= A(\overrightarrow{v}) + A(\overrightarrow{v}'), \\
A(\lambda\overrightarrow{v}) &= A(\lambda x\vec{i} + \lambda y\vec{j}) = (\lambda x + 2\lambda y)\vec{i} + (\lambda x - \lambda y)\vec{j} = \\
&= \lambda((x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}) = \lambda A(\overrightarrow{v});
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b)

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$,

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A((x, y) + (x', y')) \quad =$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$A((x, y) + (x', y')) \quad = \quad A(x + x', y + y') =$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\ &= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\ &= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \\ &\neq A(x, y) + A(x', y'), \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\ &= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \\ &\neq A(x, y) + A(x', y'), \\ A(\lambda(x, y)) &= \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\ &= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \\ &\neq A(x, y) + A(x', y'), \\ A(\lambda(x, y)) &= A(\lambda x, \lambda y) = \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned} A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\ &= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \\ &\neq A(x, y) + A(x', y'), \\ A(\lambda(x, y)) &= A(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + \lambda^2 y^2, \lambda^2 xy) \end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.
Rješenje. b) Operator A **nije** linearan jer za proizvoljne $(x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2$, te proizvoljni $\lambda \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\begin{aligned}
A((x, y) + (x', y')) &= A(x + x', y + y') = \\
&= (x + x' + (y + y')^2, (x + x')(y + y')) = \\
&\neq A(x, y) + A(x', y'), \\
A(\lambda(x, y)) &= A(\lambda x, \lambda y) = (\lambda x + \lambda^2 y^2, \lambda^2 xy) \\
&\neq \lambda A(x, y).
\end{aligned}$$

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Napomena.

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Napomena. Operator $A : X \to Y$ će biti linearan,

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Napomena. Operator $A : X \to Y$ će biti linearan, ako je svaka koordinata slike nekog vektora

Definicija linearnog operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator A linearan, ako je:
a) $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (x - y)\vec{j}$,
b) $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiran pravilom $A(x, y) = (x + y^2, xy)$.

Napomena. Operator $A : X \to Y$ će biti linearan, ako je svaka koordinata slike nekog vektora linearna kombinacija koordinata samog vektora.

Prikaz linearnog operatora matricom

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \Rightarrow A(\mathbf{x}) \quad =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \Rightarrow A(\mathbf{x}) \quad = \quad A\left(x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n\right) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \Rightarrow A(\mathbf{x}) &= A\left(x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n\right) = \\ &= x_1 A(\mathbf{e}_1) + \ldots + x_n A(\mathbf{e}_n). \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \Rightarrow A(\mathbf{x}) &= A\left(x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n\right) = \\ &= x_1 A(\mathbf{e}_1) + \ldots + x_n A(\mathbf{e}_n). \end{aligned}$$

Dakle, djelovanje operatora je **<u>potpuno određeno</u>**

Prikaz linearnog operatora matricom

Neka je:

- X vektorski prostor s bazom $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$,
- A linearni operator na X.

Sada za proizvoljni vektor $\mathbf{x} \in X$ vrijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n \Rightarrow A(\mathbf{x}) &= A\left(x_1\mathbf{e}_1 + \ldots + x_n\mathbf{e}_n\right) = \\ &= x_1 A(\mathbf{e}_1) + \ldots + x_n A(\mathbf{e}_n). \end{aligned}$$

Dakle, djelovanje operatora je **<u>potpuno određeno</u>** ako su poznati $A(\mathbf{e}_1)$, $A(\mathbf{e}_2), \ldots, A(\mathbf{e}_n)$.

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$,

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$, onda je linearni operator A definiran sa

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$, onda je linearni operator A definiran sa

$$\begin{aligned} A &: X \to Y \\ A(\mathbf{x}) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$, onda je linearni operator A definiran sa

$$\begin{aligned} A &: X \to Y \\ A(\mathbf{x}) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \end{aligned}$$

Naime, linearnost se vidi iz

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$, onda je linearni operator A definiran sa

$$\begin{aligned} A &: X \to Y \\ A(\mathbf{x}) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \end{aligned}$$

Naime, linearnost se vidi iz

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Od matrice do linearnog operatora

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$.

Ako imamo matricu $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,n}$, onda je linearni operator A definiran sa

$$\begin{aligned} A &: X \to Y \\ A(\mathbf{x}) &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \end{aligned}$$

Naime, linearnost se vidi iz

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ \vdots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{in}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}=A(\mathbf{x})} \begin{matrix} \leftarrow y_1 \\ \\ \leftarrow y_i \\ \\ \leftarrow y_m \end{matrix}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.

Rješenje.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Vrijedi

$$A(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Vrijedi

$$A(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad = \quad \mathbf{Ax} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Vrijedi

$$A(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad = \quad \mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Vrijedi

$$A(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad = \quad \mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y \\ 2x - 3y \\ 4x + y \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} A(x\vec{i} + y\vec{j}) &= \mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y \\ 2x - 3y \\ 4x + y \end{bmatrix} = \\ &= (x + 2y)\vec{i} + (2x - 3y)\vec{j} + (4x + y)\vec{k}. \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Također, vrijedi

$$B(x + yt + zt^2) \quad =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.

Rješenje. Također, vrijedi

$$B(x + yt + zt^2) \quad = \quad \mathbf{Bx} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Također, vrijedi

$$B(x + yt + zt^2) \quad = \quad \mathbf{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Također, vrijedi

$$B(x + yt + zt^2) \quad = \quad \mathbf{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y - z \\ 3y - z \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operatori $A : V^2 \to V^3$ i $B : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^2$ zadani su u standardnim bazama matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

Napiši im pravilo preslikavanja.
Rješenje. Također, vrijedi

$$\begin{aligned} B(x + yt + zt^2) &= \mathbf{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y - z \\ 3y - z \end{bmatrix} = \\ &= (x + 2y - z, 3y - z). \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$,

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$.

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$A(\mathbf{e}_1) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$A(\mathbf{e}_1) = a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$A(\mathbf{e}_1) = a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m$$
$$A(\mathbf{e}_2) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$A(\mathbf{e}_1) = a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m$$
$$A(\mathbf{e}_2) = a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$\begin{aligned} A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\ A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\ &\vdots \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$
\begin{aligned}
A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\
A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\
&\vdots \\
A(\mathbf{e}_n) &=
\end{aligned}
$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$\begin{aligned}
A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\
A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\
&\vdots \\
A(\mathbf{e}_n) &= a_{1n}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{mn}\mathbf{f}_m
\end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$\left.\begin{aligned} A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\ A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\ &\vdots \\ A(\mathbf{e}_n) &= a_{1n}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{mn}\mathbf{f}_m \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

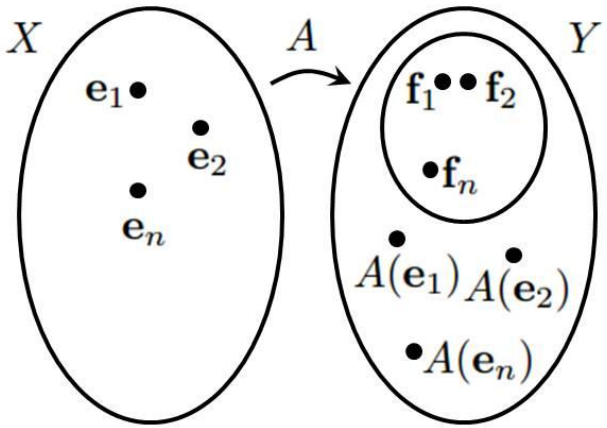
$$\left.\begin{aligned} A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\ A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\ &\vdots \\ A(\mathbf{e}_n) &= a_{1n}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{mn}\mathbf{f}_m \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Neka su X i Y vektorski prostori dimenzija $\dim X = n$ i $\dim Y = m$, sa bazama $\{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $\{\mathbf{f}_1, \ldots, \mathbf{f}_m\}$. Linearni operator je u potpunosti određen sa

$$\left.\begin{aligned} A(\mathbf{e}_1) &= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m \\ A(\mathbf{e}_2) &= a_{12}\mathbf{f}_1 + a_{22}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m2}\mathbf{f}_m \\ &\vdots \\ A(\mathbf{e}_n) &= a_{1n}\mathbf{f}_1 + a_{2n}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{mn}\mathbf{f}_m \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}$$



Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$.

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze.

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 \quad =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \\
&= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m =
\end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \\
&= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m = A(\mathbf{e}_1).
\end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \\
&= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m = A(\mathbf{e}_1).
\end{aligned}$$

Napomena.

Prikaz linearnog operatora matricom

Kako linearni operator određuje matricu

Potrebno je pokazati da za ovako definiranu matricu $\mathbf{A}$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x}$. Dovoljno je pokazati da to vrijedi za vektore baze. Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} = \\
&= a_{11}\mathbf{f}_1 + a_{21}\mathbf{f}_2 + \ldots + a_{m1}\mathbf{f}_m = A(\mathbf{e}_1).
\end{aligned}$$

Napomena. Važno je uočiti da prikaz operatora A matricom $\mathbf{A}$ **ovisi o odabranom paru baza** prostora X i Y.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a)

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b)

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje.

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a)

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator A :

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(\vec{i}) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j}$$
$$A(\vec{j}) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j}$$
$$A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b)

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator A :

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(1, 0, 0) =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$A(1, 0, 0) = (1, 0)$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\begin{array}{l} A(1, 0, 0) = (1, 0) \\ A(0, 1, 0) = \end{array}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\begin{array}{l} A(1, 0, 0) = (1, 0) \\ A(0, 1, 0) = (1, 1) \end{array}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\begin{aligned} A(1, 0, 0) &= (1, 0) \\ A(0, 1, 0) &= (1, 1) \\ A(0, 0, 1) &= \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\begin{aligned} A(1, 0, 0) &= (1, 0) \\ A(0, 1, 0) &= (1, 1) \\ A(0, 0, 1) &= (0, 1) \end{aligned}$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(1,0,0) = (1,0) \\ A(0,1,0) = (1,1) \\ A(0,0,1) = (0,1) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i}+y\vec{j}) = (x+2y)\vec{i}+(3x-y)\vec{j}$,
b) $A(x,y,z) = (x+y, y+z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i}+3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i}-\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(1,0,0) = (1,0) \\ A(0,1,0) = (1,1) \\ A(0,0,1) = (0,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Prikaz linearnog operatora matricom

Zadatak. Linearni operator definiran je pravilom:
a) $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + 2y)\vec{i} + (3x - y)\vec{j}$,
b) $A(x, y, z) = (x + y, y + z)$.
Napiši mu matricu u paru standardnih baza.
Rješenje. a) Ovo je lin. operator $A : V^2 \to V^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \vec{i} + 3\vec{j} \\ A(\vec{j}) = 2\vec{i} - \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix},$$

b) Ovo je lin. operator $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ koji djeluje na standardnoj bazi sa

$$\left.\begin{array}{l} A(1,0,0) = (1,0) \\ A(0,1,0) = (1,1) \\ A(0,0,1) = (0,1) \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Promjena baze

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor,

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator,

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $S = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $S' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ dvije baze prostora X.

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $S = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $S' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ dvije baze prostora X.

Pitanje:

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $S = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $S' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ dvije baze prostora X.

Pitanje: Ako je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B}$,

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $S = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ i $S' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ dvije baze prostora X.

Pitanje: Ako je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B}$, kako glasi matrica $\mathbf{A}'$ istog operatora u bazi $\mathcal{B}'$?

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\mathbf{e}'_1 =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= \end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots
\end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots \\
\mathbf{e}'_n &=
\end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\begin{aligned}
\mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\
\mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\
&\vdots \\
\mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n
\end{aligned}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ &\vdots \\ \mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ &\vdots \\ \mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} =$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ &\vdots \\ \mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{e}'_1 &= t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 &= t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ &\vdots \\ \mathbf{e}'_n &= t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 = t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_n = t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{y}' \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 = t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_n = t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{y}' \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{T}\mathbf{y}' \Rightarrow$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 = t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_n = t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{y}' \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{T}\mathbf{y}' \Rightarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{y}'$$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 = t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_n = t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{y}' \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{T}\mathbf{y}' \Rightarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{y}'$$

To znači da je operator A u bazi $\mathcal{B}'$ definiran sa $A(\mathbf{x}') = \mathbf{A}'\mathbf{x}' = \mathbf{y}'$

Promjena baze

Neka je X vektorski prostor, $A : X \to X$ linearni operator, te $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$ stara i $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$ nova baza prostora X.

Imamo

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{e}'_1 = t_{11}\mathbf{e}_1 + t_{21}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n1}\mathbf{e}_n \\ \mathbf{e}'_2 = t_{12}\mathbf{e}_1 + t_{22}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{n2}\mathbf{e}_n \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_n = t_{1n}\mathbf{e}_1 + t_{2n}\mathbf{e}_2 + \ldots + t_{nn}\mathbf{e}_n \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \ldots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \ldots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{n1} & t_{n2} & \ldots & t_{nn} \end{bmatrix}.$$

Sada je

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{x}' \\ \mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{y}' \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{T}\mathbf{y}' \Rightarrow \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{x}' = \mathbf{y}'$$

To znači da je operator A u bazi $\mathcal{B}'$ definiran sa $A(\mathbf{x}') = \mathbf{A}'\mathbf{x}' = \mathbf{y}'$ pri čemu je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Promjena baze

Teorem.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$,

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*,

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje.

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\det \mathbf{B} \quad =$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\det \mathbf{B} \quad = \quad \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} =$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\det \mathbf{B} \quad = \quad \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} =$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\det \mathbf{B} \quad = \quad \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} =$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\ &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\ &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned} \det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\ &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\
&= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \\
\mathrm{tr}(\mathbf{B}) &=
\end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\
&= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \\
\mathrm{tr}(\mathbf{B}) &= \mathrm{tr}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}) =
\end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\
&= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \\
\mathrm{tr}(\mathbf{B}) &= \mathrm{tr}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}) = \mathrm{tr}(\mathbf{T}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A})) =
\end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\
&= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \\
\mathrm{tr}(\mathbf{B}) &= \mathrm{tr}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}) = \mathrm{tr}(\mathbf{T}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A})) = \mathrm{tr}((\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1})\mathbf{A}) =
\end{aligned}$$

Promjena baze

Teorem. Neka je $\mathbf{A}$ matrica operatora A u bazi $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \ldots, \mathbf{e}_n\}$, neka je $\mathbf{A}'$ matrica istog operatora A u bazi $\mathcal{B}' = \{\mathbf{e}'_1, \ldots, \mathbf{e}'_n\}$, te neka je $\mathbf{T}$ matrica prijelaza iz stare baze $\mathcal{B}$ u novu bazu $\mathcal{B}'$. Tada vrijedi

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}.$$

Definicija. Kažemo da su kvadratne matrice $\mathbf{A}$ i $\mathbf{A}'$ *slične*, ako postoji regularna matrica $\mathbf{T}$ takva da je $\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$.

Zadatak. Neka su $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ slične matrice. Pokaži da je tada $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{B})$ i $\mathrm{tr}(\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{B})$.
Rješenje. Vrijedi:

$$\begin{aligned}
\det \mathbf{B} &= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{A} \det \mathbf{T} = \det \mathbf{T}^{-1} \det \mathbf{T} \det \mathbf{A} = \\
&= \det \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{I} \det \mathbf{A} = \det \mathbf{A}, \\
\mathrm{tr}(\mathbf{B}) &= \mathrm{tr}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}) = \mathrm{tr}(\mathbf{T}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A})) = \mathrm{tr}((\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1})\mathbf{A}) = \mathrm{tr}(\mathbf{A}).
\end{aligned}$$

Promjena baze

Zadatak.

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje.

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} =$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} =$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Sada je

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} =$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Sada je

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} =$$

Promjena baze

Zadatak. Ako je linearni operator A u standardnoj bazi prikazan matricom

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

napiši mu matricu $\mathbf{A}'$ u bazi $\mathcal{B} = \{\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}, 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}, -\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}\}$.
Rješenje. Matrica prijelaza iz stare standardne baze u novu bazu $\mathcal{B}$ je

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \ldots \Rightarrow \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Sada je

$$\mathbf{A}' = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 13 & -2 & -5 \\ -5 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -6 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Algebra operatora

Algebra operatora

Ako imamo:

$$A : X \to Y$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$A : X \to Y \qquad B : Y \to Z$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$A : X \to Y \qquad B : Y \to Z \qquad \Rightarrow \qquad C = B \circ A : X \to Z$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\underset{\substack{\Downarrow \\ \text{linearan}}}{A : X \to Y} \qquad \underset{\substack{\Downarrow \\ \text{linearan}}}{B : Y \to Z} \qquad \Rightarrow \qquad C = B \circ A : X \to Z$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccccc} A : X \to Y & & B : Y \to Z & \Rightarrow & C = B \circ A : X \to Z \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{linearan} & & \text{linearan} & & \text{linearan?} \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccccc} A : X \to Y & & B : Y \to Z & \Rightarrow & C = B \circ A : X \to Z \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{linearan} & & \text{linearan} & & \text{linearan?} \\ \Downarrow & & \Downarrow & & \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{matrica } \mathbf{B} & & \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$
\begin{array}{ccccc}
A : X \to Y & & B : Y \to Z & \Rightarrow & C = B \circ A : X \to Z \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\text{linearan} & & \text{linearan} & & \text{linearan?} \\
\Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
\text{matrica } \mathbf{A} & & \text{matrica } \mathbf{B} & & \text{matrica } \mathbf{C} = ?
\end{array}
$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad =$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad = \quad B(A(\mathbf{x} + \mathbf{x}')) =$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x} + \mathbf{x}') \quad = \quad B(A(\mathbf{x} + \mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}')\right) =$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \lambda C(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \lambda C(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

pa je i operator C linearan.

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \lambda C(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

pa je i operator C linearan.

Teorem.

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \lambda C(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

pa je i operator C linearan.

Teorem. Ako su operatori $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni,

Algebra operatora

Neka su:

- $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni operatori.

Tada za operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}+\mathbf{x}') &= B(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = B\left(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')\right) = \\ &= B\left(A(\mathbf{x})\right) + B\left(A(\mathbf{x}')\right) = C(\mathbf{x}) + C(\mathbf{x}'), \\ C\left(\lambda\mathbf{x}\right) &= B\left(A\left(\lambda\mathbf{x}\right)\right) = B(\lambda A(\mathbf{x})) = \\ &= \lambda B(A(\mathbf{x})) = \lambda C(\mathbf{x}), \end{aligned}$$

pa je i operator C linearan.

Teorem. Ako su operatori $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ linearni, onda je operator $C : X \to Z$ definiran sa $C = B \circ A$ također linearan.

Algebra operatora

Neka je:

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \longrightarrow Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \longrightarrow Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) =$$

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) =$$

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) =$$

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} =$$

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

što znači da se operator C može prikazati matricom $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

što znači da se operator C može prikazati matricom $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

Teorem.

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

što znači da se operator C može prikazati matricom $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

Teorem. Ako su linearni operatori $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ zadani matricama $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ redom,

Algebra operatora

Neka je:

- linearni operatori $A : X \to Y$ prikazan matricom $\mathbf{A}$,
- linearni operator $B : Y \to Z$ prikazan matricom $\mathbf{B}$.

Tada za linearni operator $C = B \circ A$ vrijedi:

$$C(\mathbf{x}) = B\left(A(\mathbf{x})\right) = B(\mathbf{A} \cdot \mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{x},$$

što znači da se operator C može prikazati matricom $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

Teorem. Ako su linearni operatori $A : X \to Y$ i $B : Y \to Z$ zadani matricama $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ redom, onda je linearni operator $C : X \to Z$ definiran sa $C = B \circ A$ zadan matricom $\mathbf{C} = \mathbf{BA}$.

Algebra operatora

Zadatak.

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x, y) = (x + y)\vec{i} + (x - 2y)\vec{j}$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$.

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x, y) = (x + y)\vec{i} + (x - 2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x + y) + (y + z)t + (x + z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje.

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$A(1,0) =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$A(1,0) = \vec{i} + \vec{j}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$A(1,0) = \vec{i} + \vec{j}$$
$$A(0,1) =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$A(1,0) = \vec{i} + \vec{j}$$
$$A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{A} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B(\vec{i}) =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B(\vec{i}) = 1 + t^2$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) \end{array}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

pa je

$$\mathbf{C} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

pa je

$$\mathbf{C} = \mathbf{BA} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

pa je

$$\mathbf{C} = \mathbf{BA} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Zadani su operatori $A(x,y) = (x+y)\vec{i} + (x-2y)\vec{j}$ i $B(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x+y) + (y+z)t + (x+z)t^2$. Odredi matricu operatora $C = B \circ A$!

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(1,0) = \vec{i} + \vec{j} \\ A(0,1) = \vec{i} - 2\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{r} B(\vec{i}) = 1 + t^2 \\ B(\vec{j}) = 1 + t \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

pa je

$$\mathbf{C} = \mathbf{BA} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Algebra operatora

Algebra operatora

Ako imamo:

$$A : X \to X \text{ linearan} \quad + \qquad \text{bijekcija}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$A : X \to X \text{ linearan} \quad + \quad \text{bijekcija}$$

$$\Downarrow$$

$$\text{matrica } \mathbf{A}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

$$A : X \to X \text{ bijekcija} \quad \Rightarrow \quad A^{-1} : X \to X \text{ bijekcija}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ bijekcija} & \Rightarrow & A^{-1} : X \to X \text{ bijekcija} \\ \Downarrow & & \\ \text{linearan} & & \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ bijekcija} & \Rightarrow & A^{-1} : X \to X \text{ bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{linearan} & & \text{linearan?} \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ bijekcija} & \Rightarrow & A^{-1} : X \to X \text{ bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{linearan} & & \text{linearan?} \\ \Downarrow & & \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \end{array}$$

Algebra operatora

Ako imamo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ linearan} & + & \text{bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{svojstvo matrice?} \end{array}$$

Nadalje, razmotrimo:

$$\begin{array}{ccc} A : X \to X \text{ bijekcija} & \Rightarrow & A^{-1} : X \to X \text{ bijekcija} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{linearan} & & \text{linearan?} \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \text{matrica } \mathbf{A} & & \text{matrica?} \end{array}$$

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator.

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$A : X \to Y \text{ bijekcija}$$

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad \Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y}$$

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem.

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem. Linearni opeator $A : X \to X$ je bijekcija

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem. Linearni opeator $A : X \to X$ je bijekcija ako i samo ako je matrica operatora $\mathbf{A}$ regularna.

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem. Linearni opeator $A : X \to X$ je bijekcija ako i samo ako je matrica operatora $\mathbf{A}$ regularna.

Nazivi:

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem. Linearni opeator $A : X \to X$ je bijekcija ako i samo ako je matrica operatora $\mathbf{A}$ regularna.

Nazivi:

- bijektivni operator $\leftrightarrow$ regularni operator,

Algebra operatora

Neka je $A : X \to Y$ linearni operator. Vrijedi

$$\begin{aligned} A : X \to Y \text{ bijekcija} \quad &\Leftrightarrow \quad (\forall \mathbf{y} \in Y)(\exists! \mathbf{x} \in X) A(\mathbf{x}) = \mathbf{y} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{sustav } \mathbf{Ax} = \mathbf{y} \text{ ima jedinstveno rj.} \\ &\Leftrightarrow \quad \text{matrica } \mathbf{A} \text{ je regularna.} \end{aligned}$$

Teorem. Linearni opeator $A : X \to X$ je bijekcija ako i samo ako je matrica operatora $\mathbf{A}$ regularna.

Nazivi:

- bijektivni operator $\leftrightarrow$ regularni operator,
- nebijektivni operator $\leftrightarrow$ singularni operator.

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan,

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{y}') \quad =$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{y}') \quad = \quad A^{-1}(A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}')) =$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y} + \mathbf{y}') \quad = \quad A^{-1}(A(\mathbf{x}) + A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x} + \mathbf{x}')) =$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \lambda A^{-1}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \lambda A^{-1}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

što znači da je operator A^{-1} također linearan.

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \lambda A^{-1}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

što znači da je operator A^{-1} također linearan.

Teorem.

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \lambda A^{-1}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

što znači da je operator A^{-1} također linearan.

Teorem. Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan,

Algebra operatora

Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda za njemu inverzan operator $A^{-1} : X \to X$ vrijedi

$$\begin{aligned} A^{-1}(\mathbf{y}+\mathbf{y}') &= A^{-1}(A(\mathbf{x})+A(\mathbf{x}')) = A^{-1}(A(\mathbf{x}+\mathbf{x}')) = \\ &= \mathbf{x}+\mathbf{x}' = A^{-1}(\mathbf{y})+A^{-1}(\mathbf{y}'), \\ A^{-1}(\lambda\mathbf{y}) &= A^{-1}(\lambda A(\mathbf{x})) = A^{-1}(A(\lambda\mathbf{x})) = \\ &= \lambda\mathbf{x} = \lambda A^{-1}(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

što znači da je operator A^{-1} također linearan.

Teorem. Ako je linearni operator $A : X \to X$ regularan, onda je operator $A^{-1} : X \to X$ također linearan.

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica.

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) =$$

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} =$$

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

što znači da je operator A^{-1} definiran matricom $\mathbf{A}^{-1}$.

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

što znači da je operator A^{-1} definiran matricom $\mathbf{A}^{-1}$.

Teorem.

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

što znači da je operator A^{-1} definiran matricom $\mathbf{A}^{-1}$.

Teorem. Ako je regularni linearni operator $A : X \to X$ definiran matricom $\mathbf{A}$,

Algebra operatora

Za regularni linearni operator $A : X \to X$ vrijedi $A(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ pri čemu je $\mathbf{A}$ regularna matrica. Tada vrijedi

$$A^{-1}(\mathbf{y}) = \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

što znači da je operator A^{-1} definiran matricom $\mathbf{A}^{-1}$.

Teorem. Ako je regularni linearni operator $A : X \to X$ definiran matricom $\mathbf{A}$, onda je linearni operator A^{-1} definiran matricom $\mathbf{A}^{-1}$.

Algebra operatora

Zadatak.

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan.

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje.

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$A(\vec{i}) =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j}$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= \end{aligned}$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \longrightarrow V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Pravilo preslikavanja inverznog operatora je

$$A^{-1}(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Pravilo preslikavanja inverznog operatora je

$$A^{-1}(x\vec{i} + y\vec{j}) \quad = \quad \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Pravilo preslikavanja inverznog operatora je

$$A^{-1}(x\vec{i} + y\vec{j}) \;=\; \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} = \ldots = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Pravilo preslikavanja inverznog operatora je

$$A^{-1}(x\vec{i} + y\vec{j}) \;=\; \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} = \ldots = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + 2y \\ x + y \end{bmatrix} =$$

Algebra operatora

Zadatak. Ispitaj je li operator $A : V^2 \to V^2$ definiran pravilom $A(x\vec{i} + y\vec{j}) = (x - 2y)\vec{i} + (3y - x)\vec{j}$ regularan. Ako jest, odredi mu inverzni operator.

Rješenje. Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} - \vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -2\vec{i} + 3\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Imamo

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ je regularan.}$$

Pravilo preslikavanja inverznog operatora je

$$\begin{aligned} A^{-1}(x\vec{i} + y\vec{j}) &= \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} = \ldots = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + 2y \\ x + y \end{bmatrix} = \\ &= (3x + 2y)\vec{i} + (x + y)\vec{j}. \end{aligned}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x).

Primjeri operatora ravnine i prostora

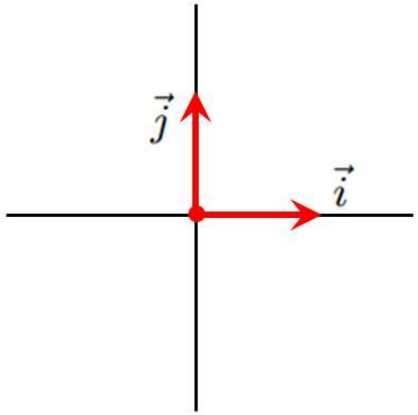
Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

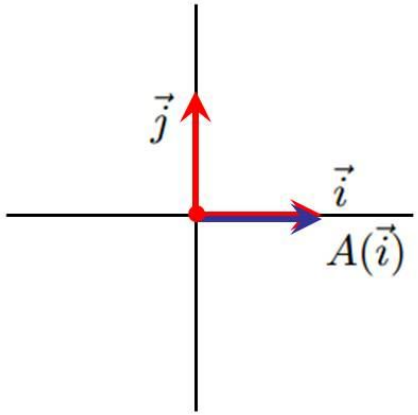
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

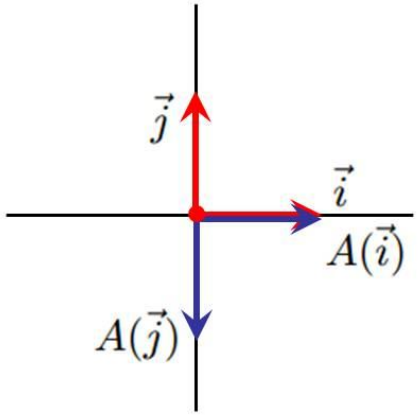
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

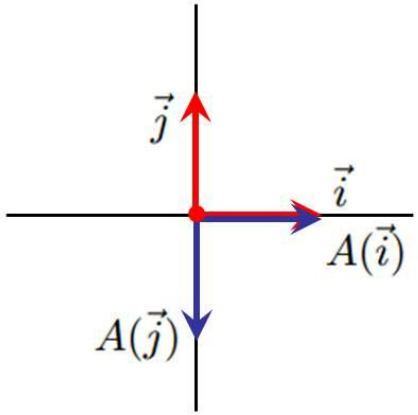
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

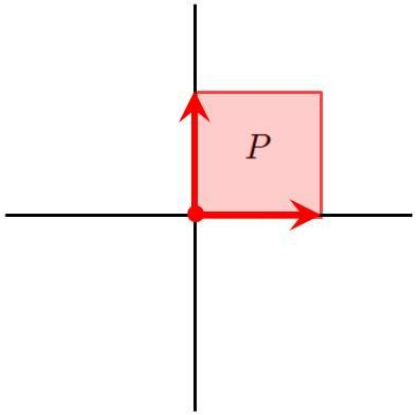


Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

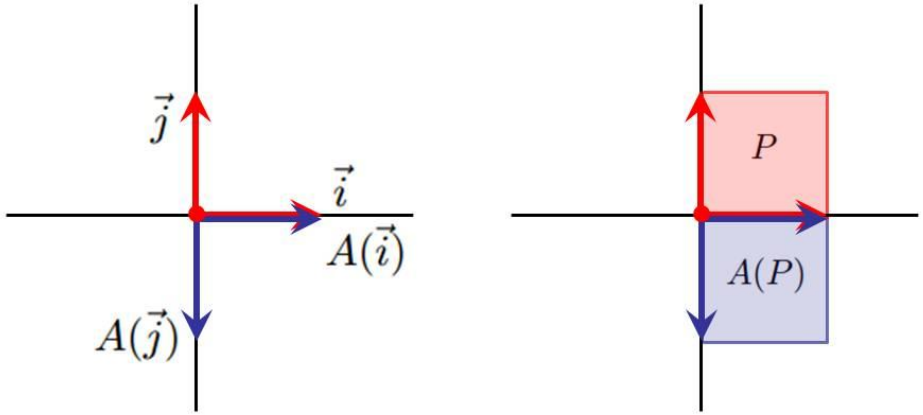




Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

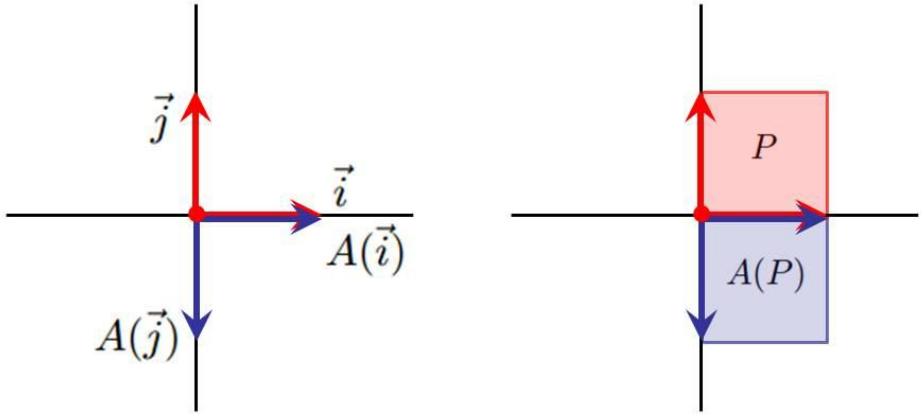
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



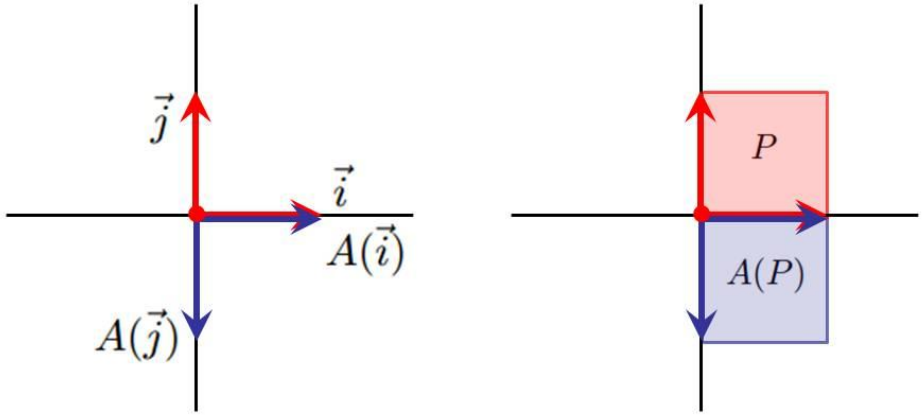
Vrijedi

$$A(\vec{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



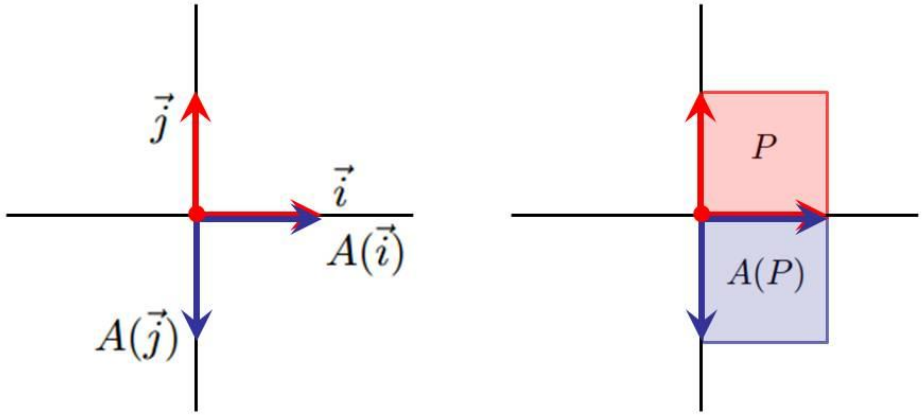
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



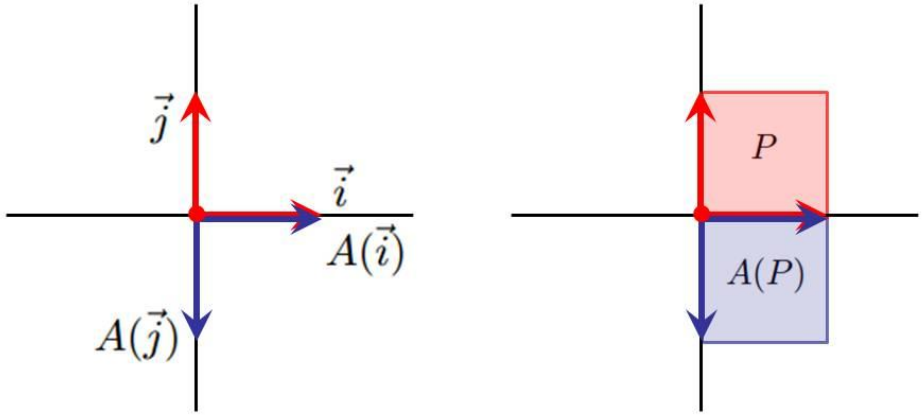
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$
$$A(\vec{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



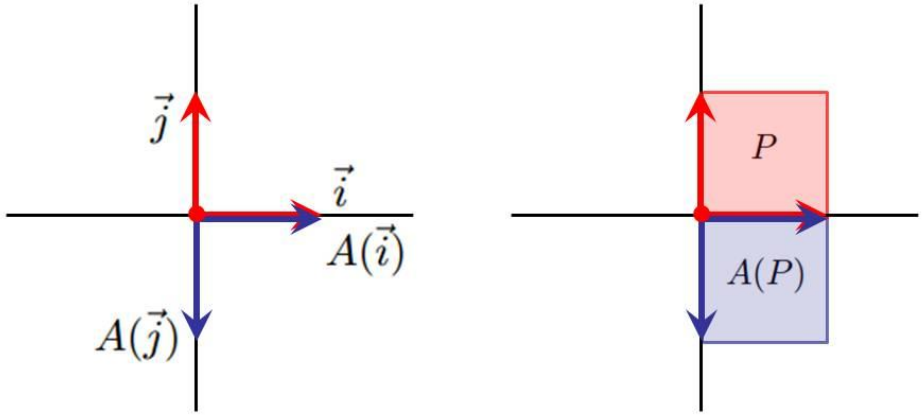
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$
$$A(\vec{j}) = -\vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



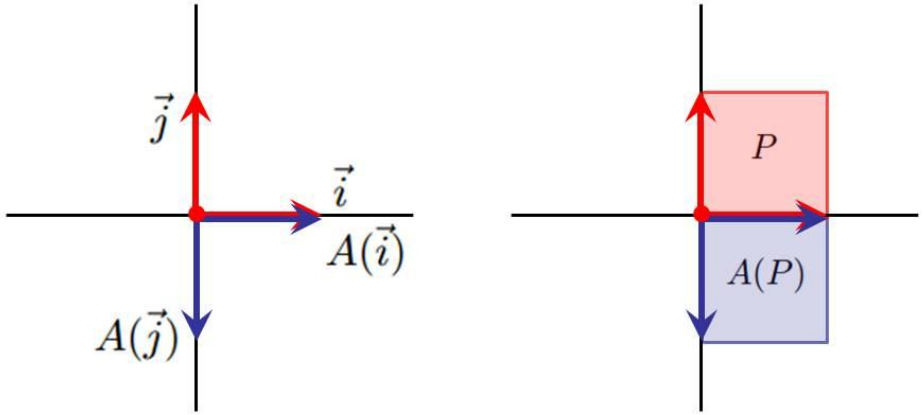
Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} \\ A(\vec{j}) &= -\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



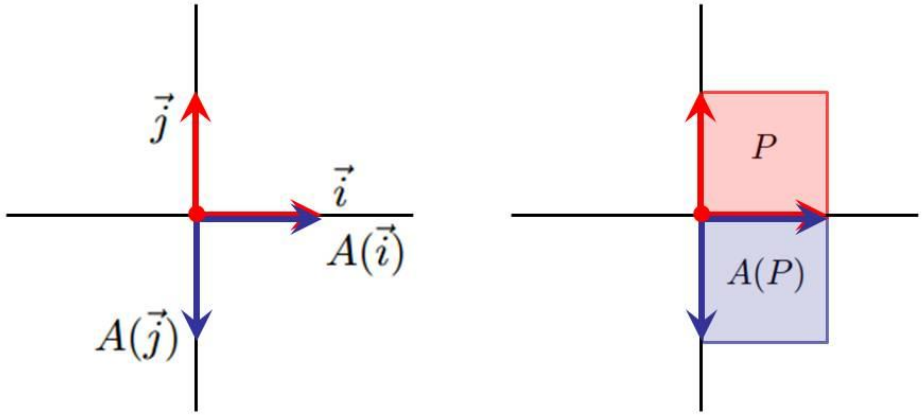
Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \vec{i} \\ A(\vec{j}) &= -\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator simetrije obzirom na os x

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ simetričan vektoru $\overrightarrow{a}$ os x). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \vec{i} \\ A(\vec{j}) = -\vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α).

Primjeri operatora ravnine i prostora

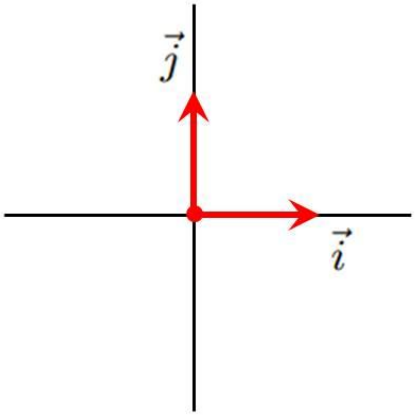
Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

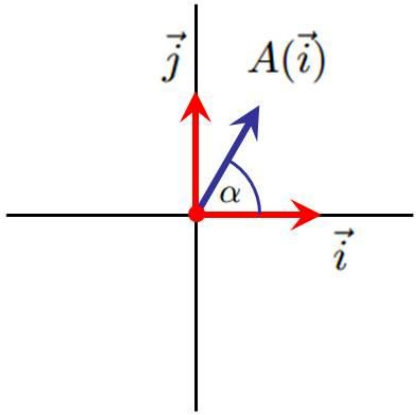
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

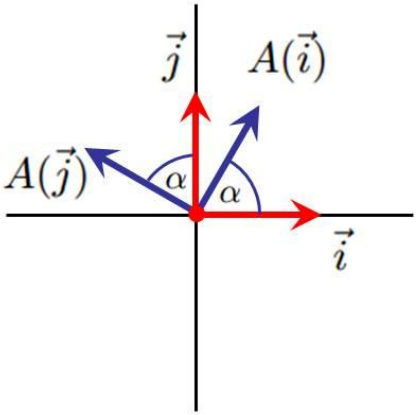
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

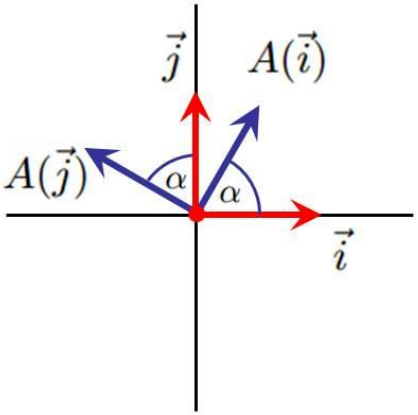
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

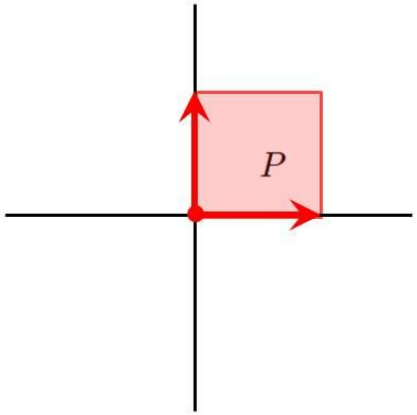


Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

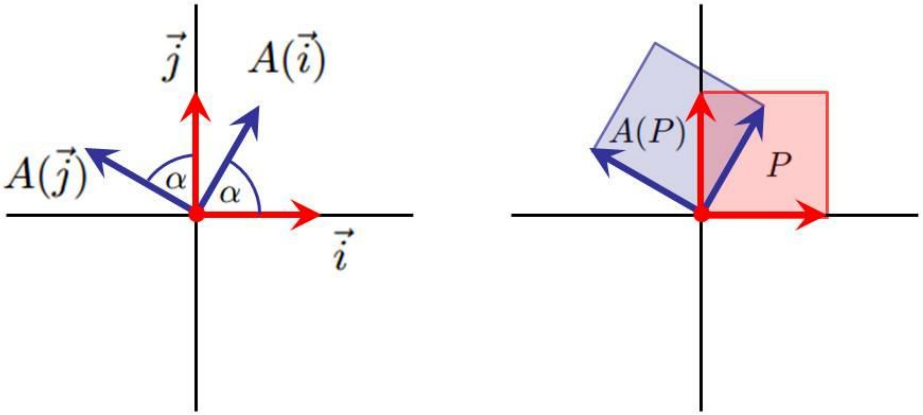




Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

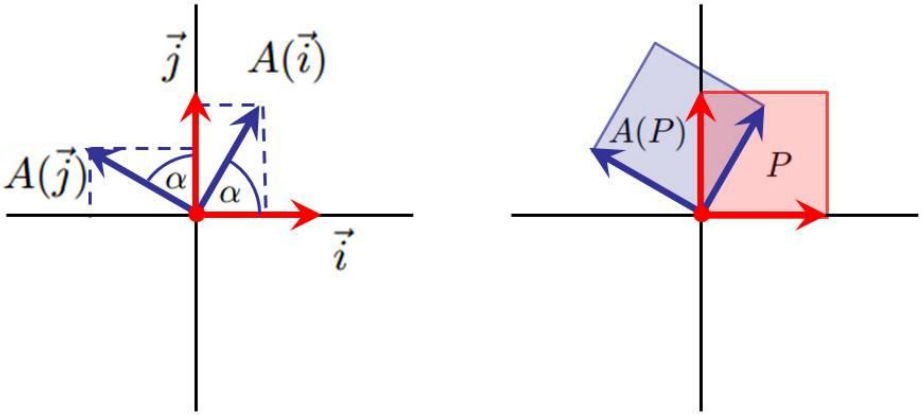
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

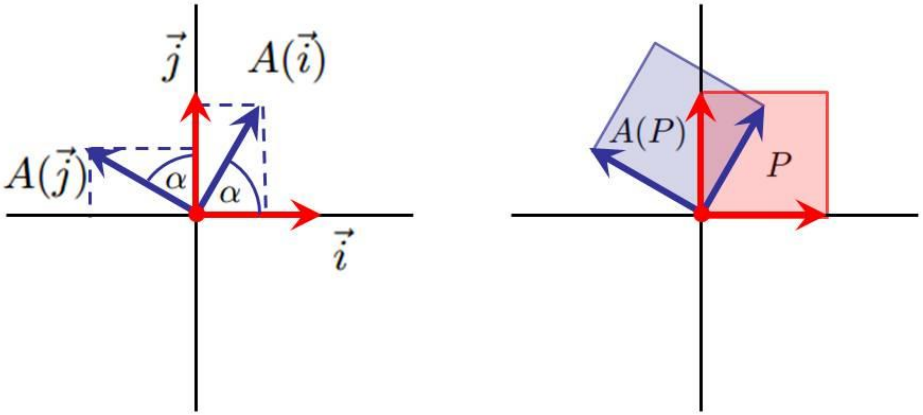
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



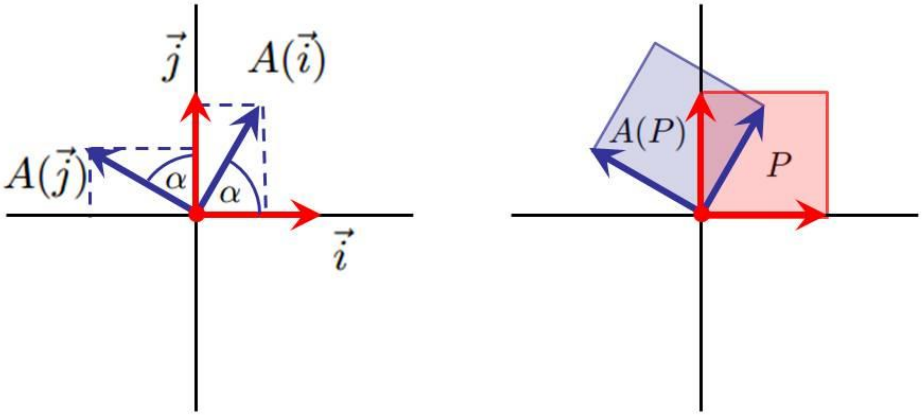
Vrijedi

$$A(\vec{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



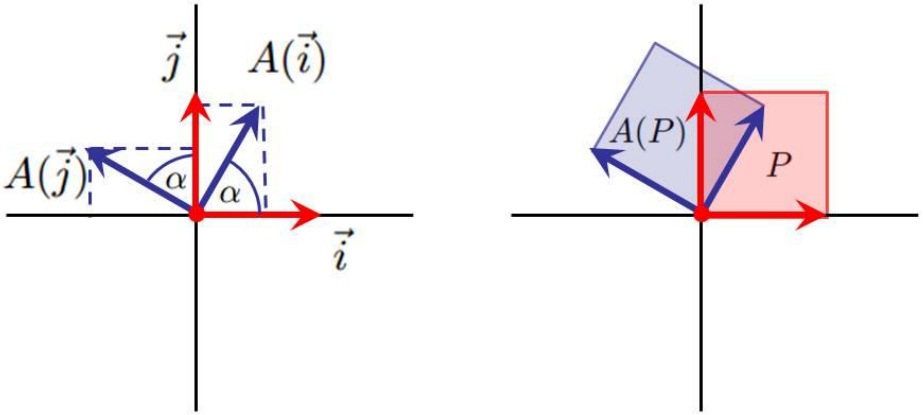
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



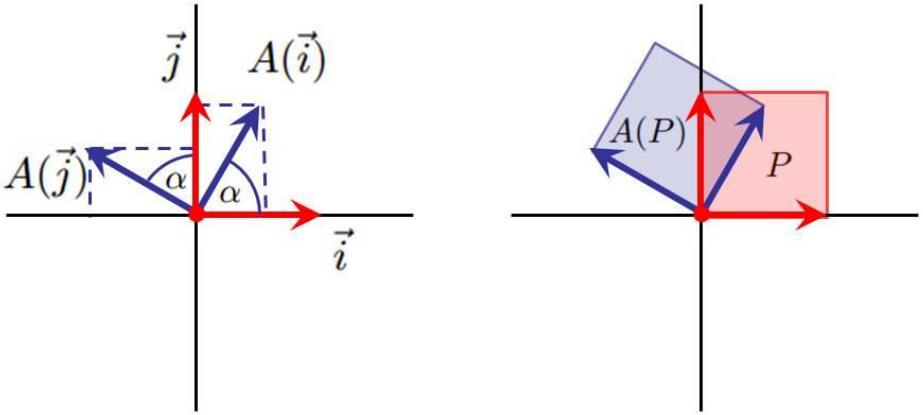
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j}$$
$$A(\vec{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



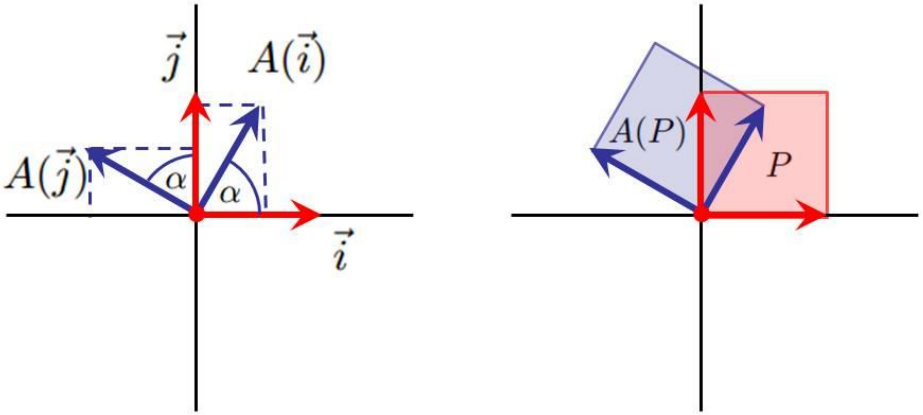
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j}$$
$$A(\vec{j}) = -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



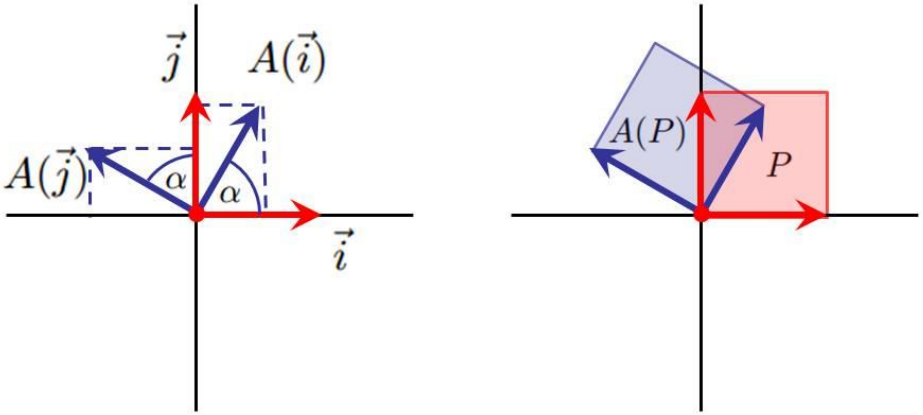
Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



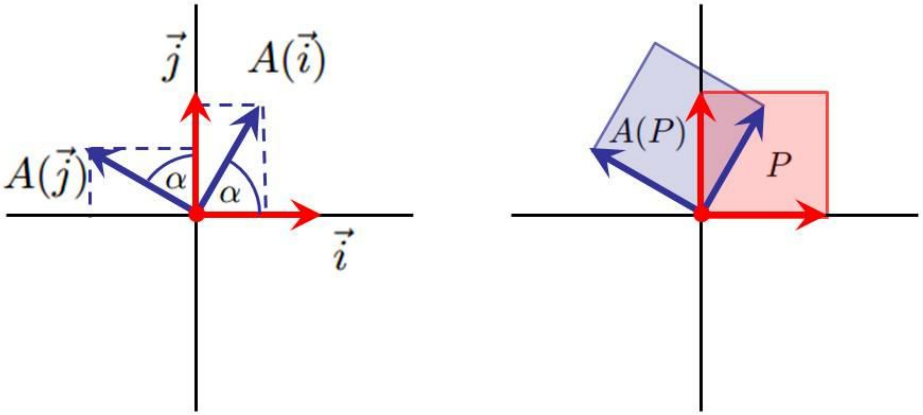
Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Operator rotacije ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rotacijom $\overrightarrow{a}$ za α). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Vrijedi

$$\left.\begin{aligned} A(\vec{i}) &= \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{j} \\ A(\vec{j}) &= -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{j} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ).

Primjeri operatora ravnine i prostora

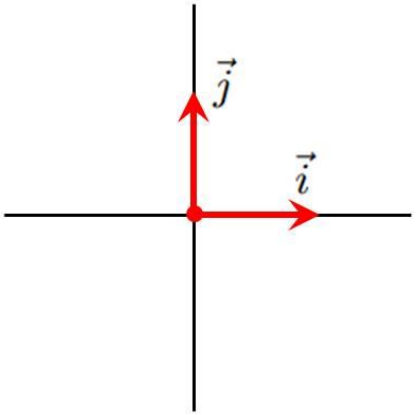
Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

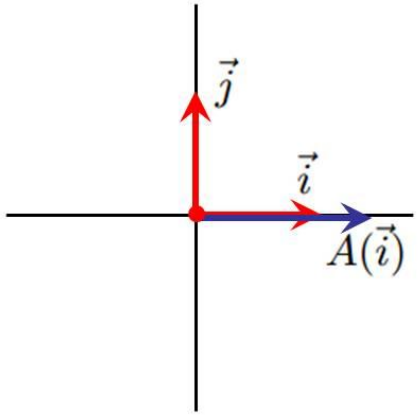
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

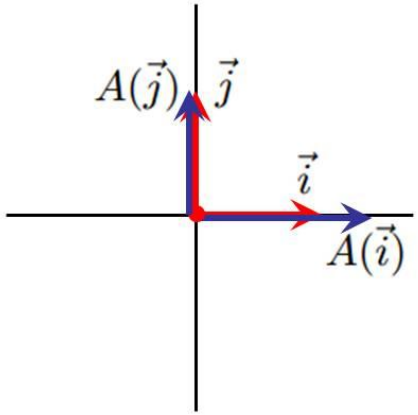
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

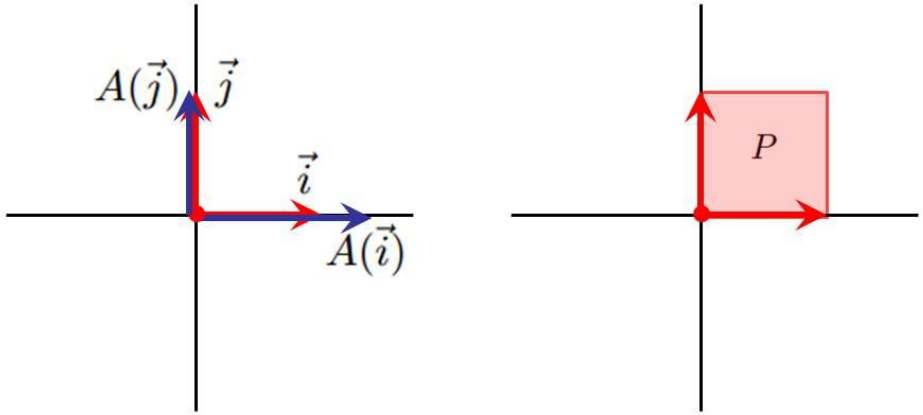
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

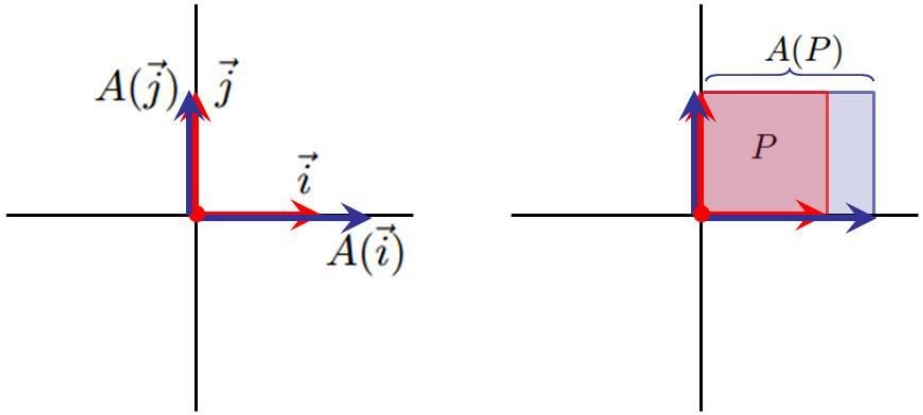
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

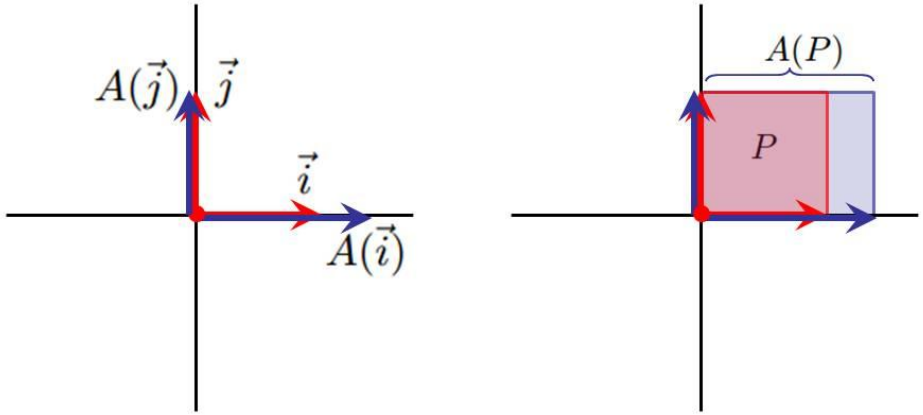
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



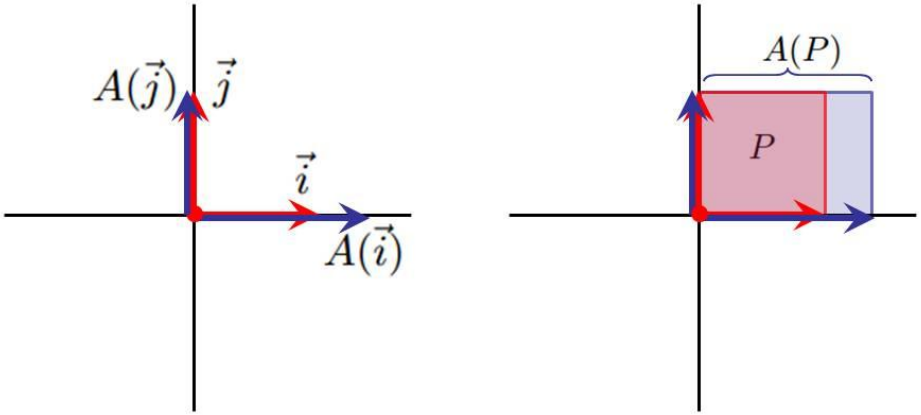
Vrijedi

$$A(\vec{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



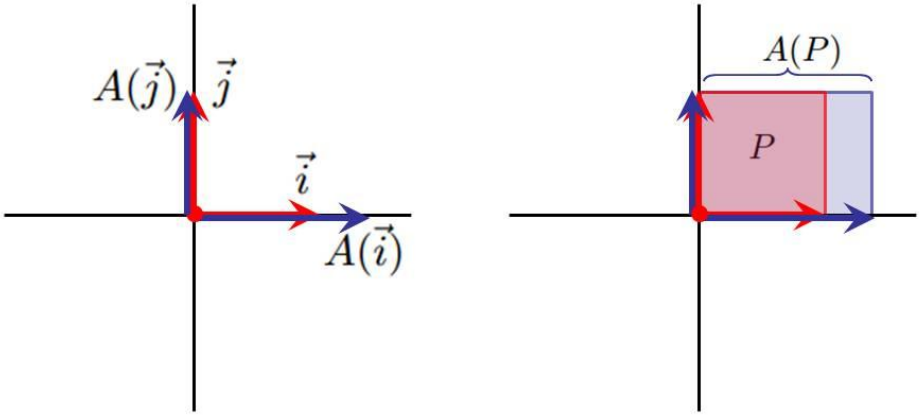
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \lambda\vec{i}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



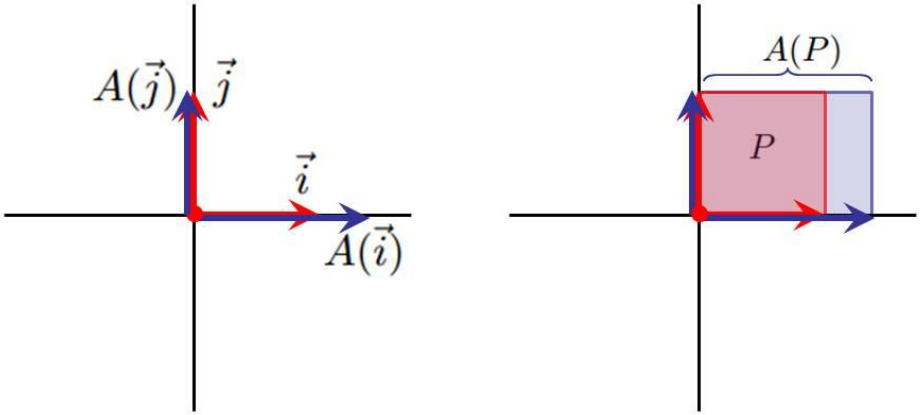
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \lambda\vec{i}$$
$$A(\vec{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



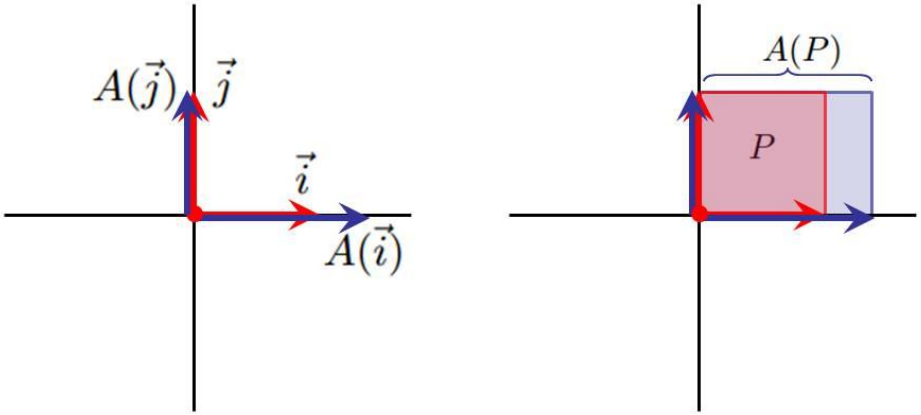
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \lambda\vec{i}$$
$$A(\vec{j}) = \vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



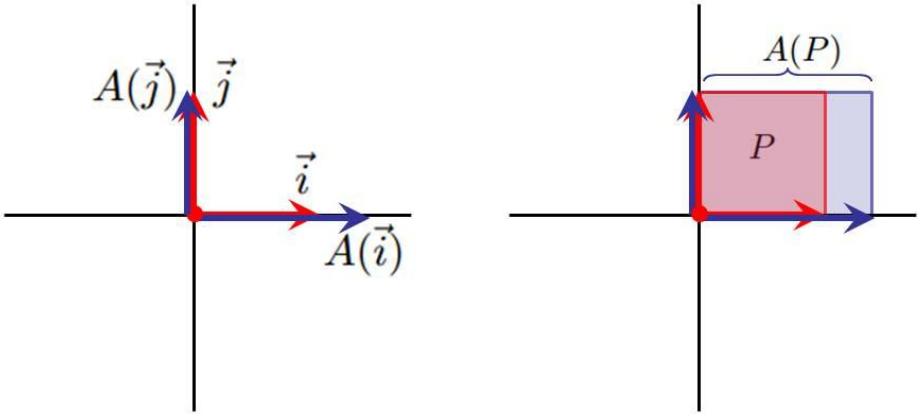
Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \lambda\vec{i} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



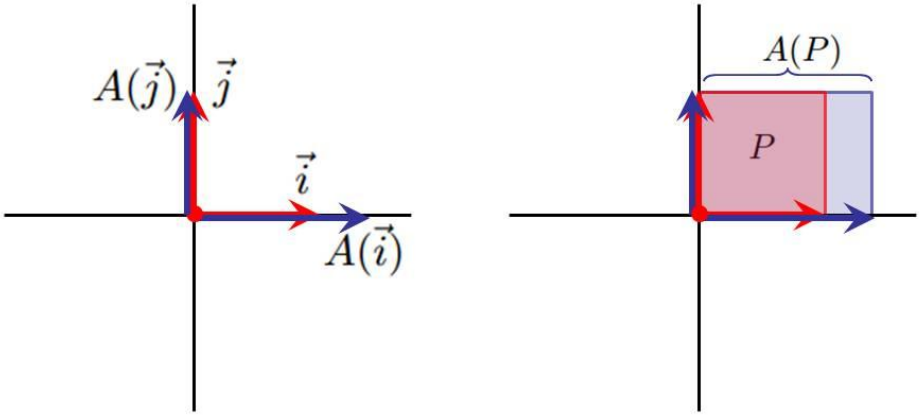
Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \lambda\vec{i} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven rastezanjem $\overrightarrow{a}$ duž osi x za λ). Iz geom. razloga je jasno da je operator linearan.



Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \lambda\vec{i} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Analogno, za rastezanje duž y za μ,

Primjeri operatora ravnine i prostora

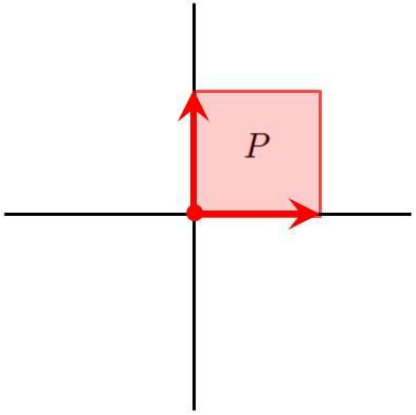
Homotetija ravnine

Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

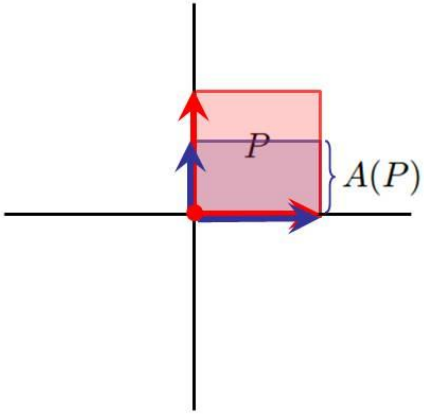
Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

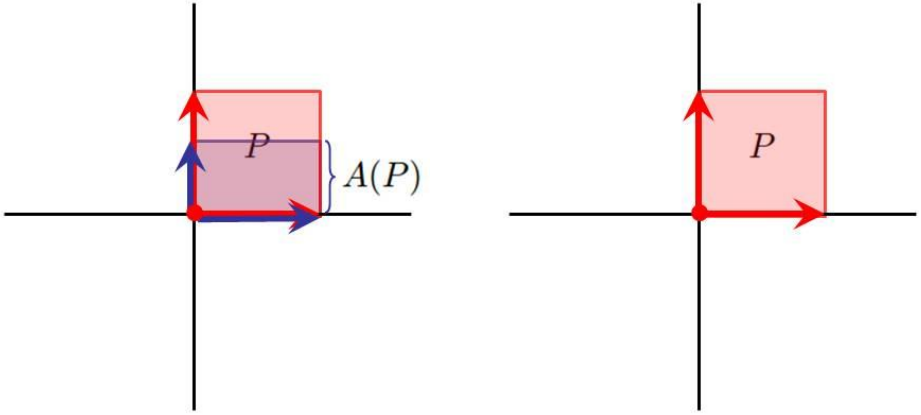
Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

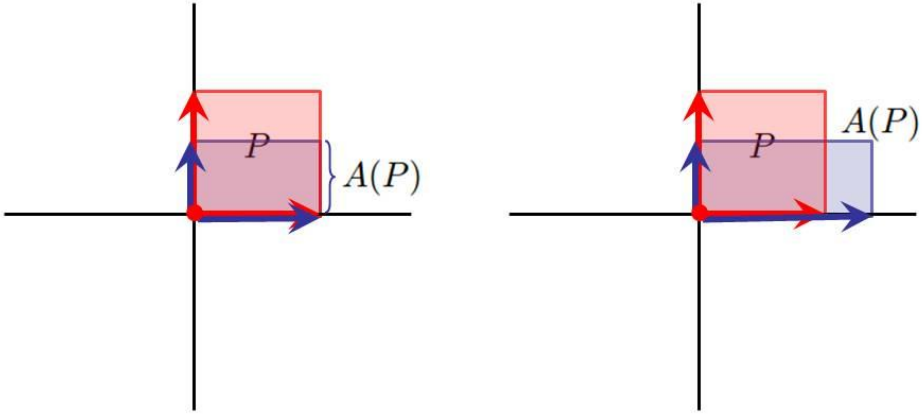
Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

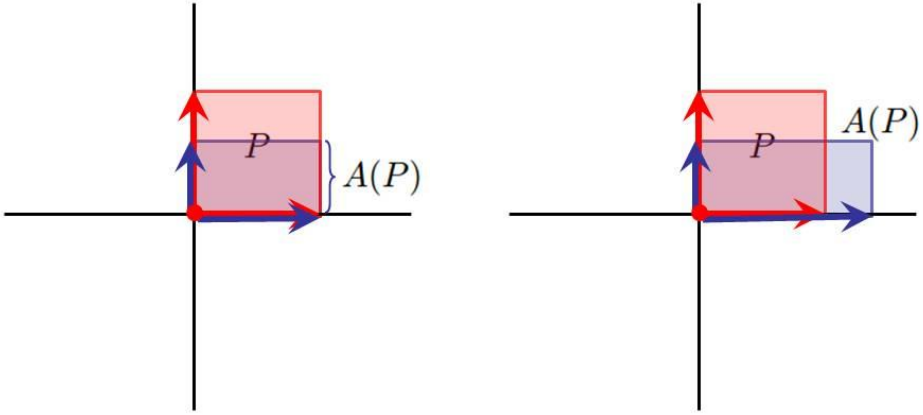
Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



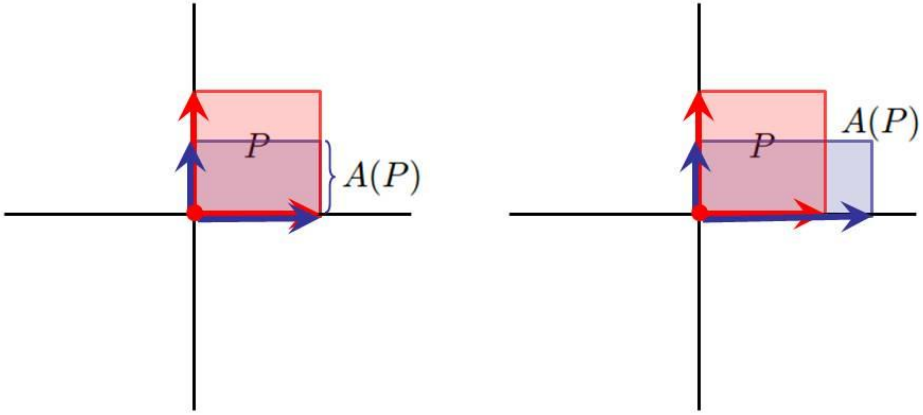
dobije se

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix},$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Homotetija ravnine

Analogno, za rastezanje duž y za μ, te duž obe osi



dobije se

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix}, \text{ te } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε).

Primjeri operatora ravnine i prostora

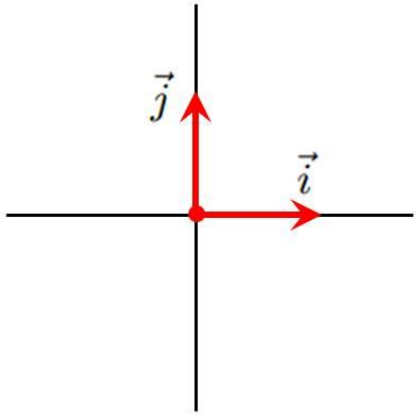
Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

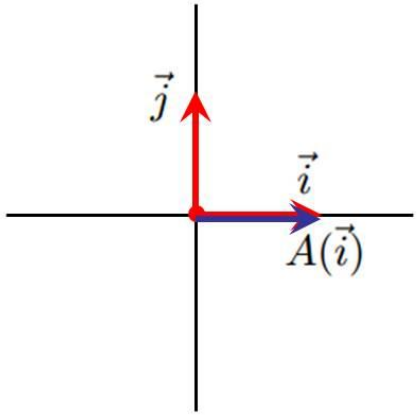
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

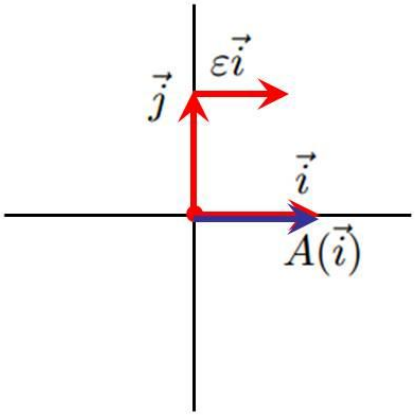
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

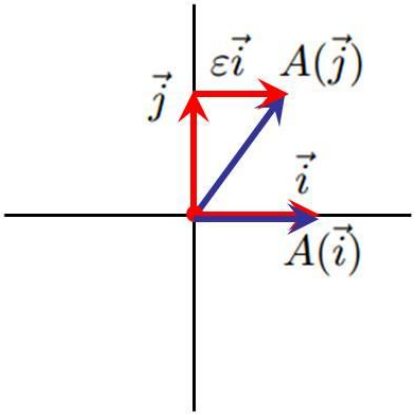
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

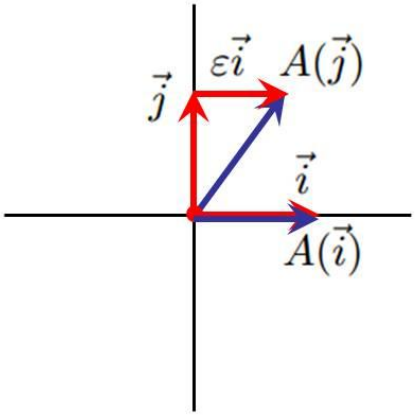
Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

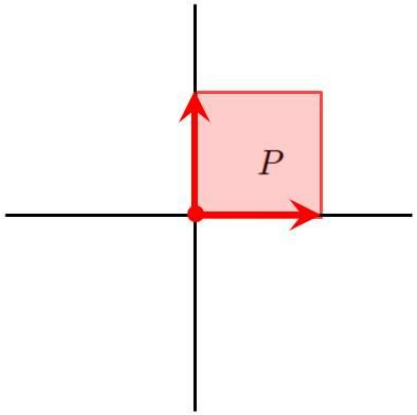


Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

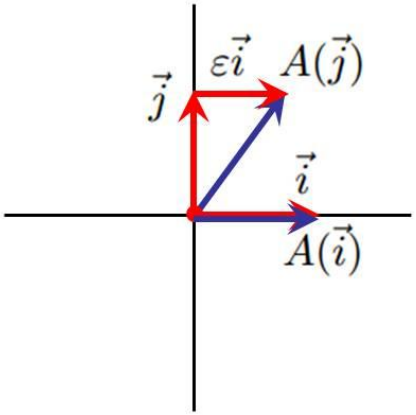


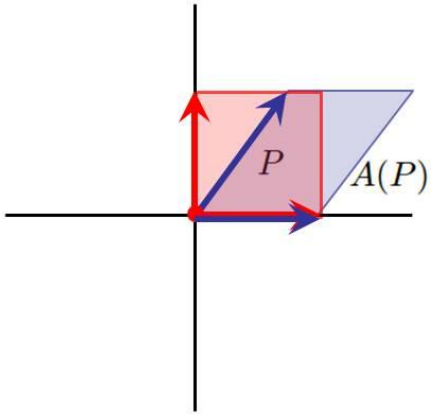


Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.

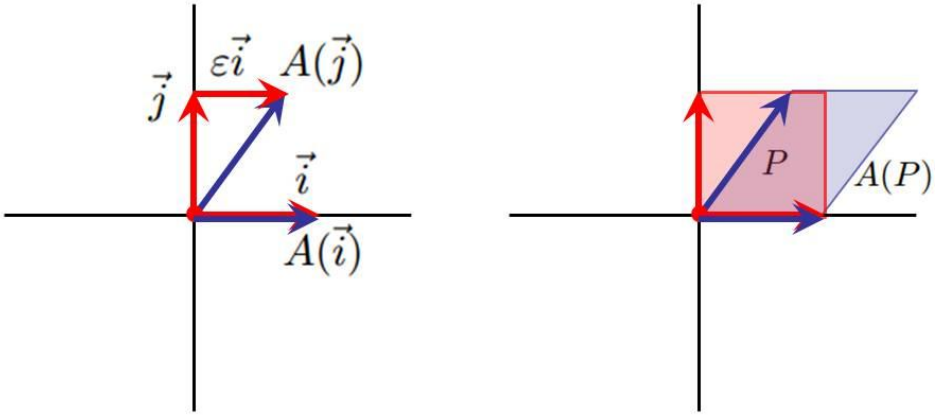




Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



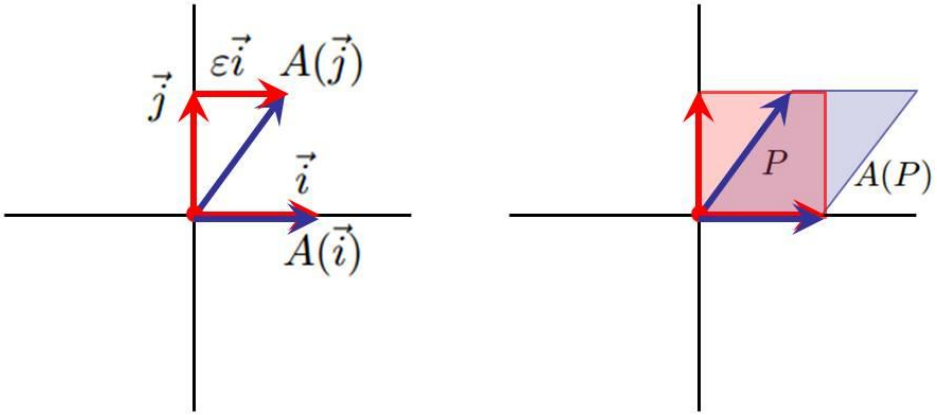
Vrijedi

$$A(\vec{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



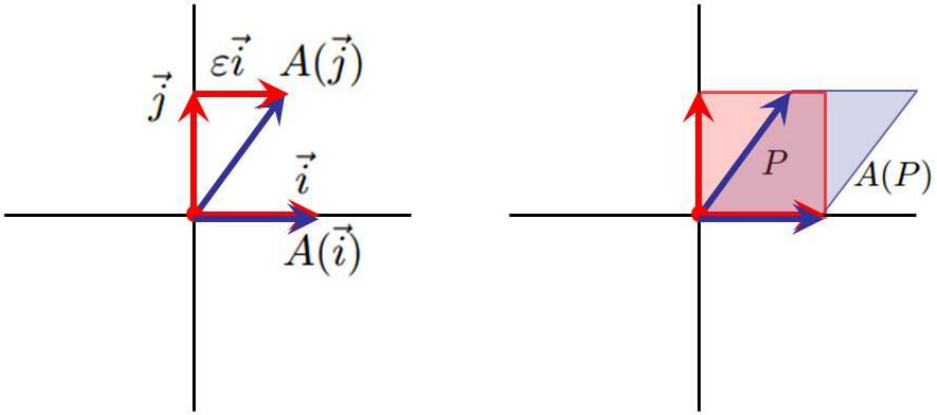
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



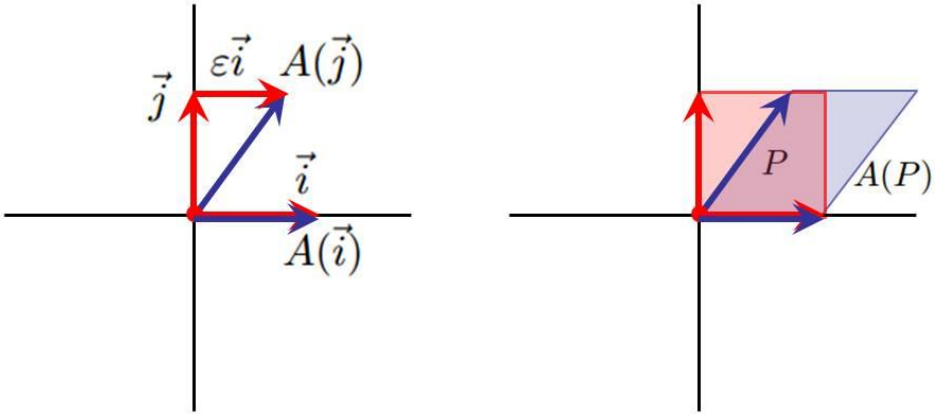
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$
$$A(\vec{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



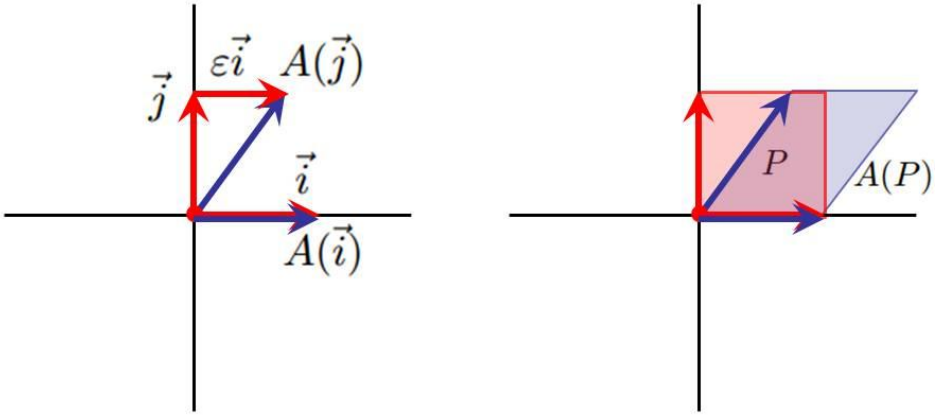
Vrijedi

$$A(\vec{i}) = \vec{i}$$
$$A(\vec{j}) = \varepsilon\vec{i} + \vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



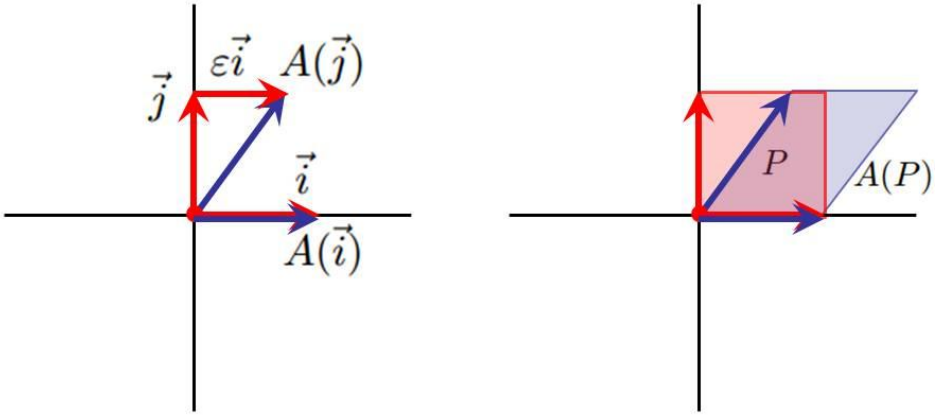
Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \vec{i} \\ A(\vec{j}) = \varepsilon\vec{i} + \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



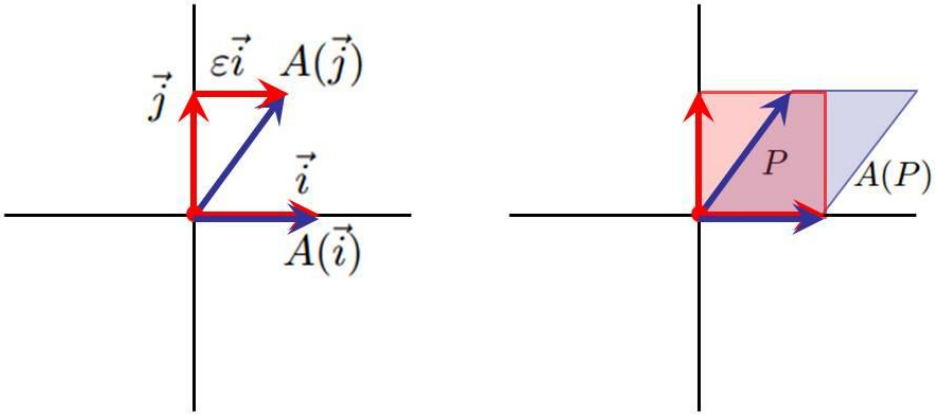
Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \vec{i} \\ A(\vec{j}) = \varepsilon\vec{i} + \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Zakosenje ravnine

Neka je $A : V^2 \to V^2$ definiran sa $A(\overrightarrow{a}) = \overrightarrow{a}'$ ($\overrightarrow{a}'$ dobiven zakošenjem $\overrightarrow{a}$ za ε). Iz geometrijskih razloga je jasno da je operator linearan.



Vrijedi

$$\left.\begin{array}{r} A(\vec{i}) = \vec{i} \\ A(\vec{j}) = \varepsilon\vec{i} + \vec{j} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$
$$A(\overrightarrow{k}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$
$$A(\overrightarrow{k}) = -\vec{k}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{aligned} A(\overrightarrow{i}) &= -\vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) &= \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) &= -\vec{k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{aligned} A(\overrightarrow{i}) &= -\vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) &= \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) &= -\vec{k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na os y

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{r} A(\overrightarrow{i}) = -\vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) = \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) = -\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = \vec{i}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = \vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = \vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = \vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$
$$A(\overrightarrow{k}) =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$A(\overrightarrow{i}) = \vec{i}$$
$$A(\overrightarrow{j}) = \vec{j}$$
$$A(\overrightarrow{k}) = -\vec{k}$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{aligned} A(\overrightarrow{i}) &= \vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) &= \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) &= -\vec{k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{r} A(\overrightarrow{i}) = \vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) = \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) = -\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Simetrija prostora obzirom na ravninu xy

Ova simetrija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{r} A(\overrightarrow{i}) = \vec{i} \\ A(\overrightarrow{j}) = \vec{j} \\ A(\overrightarrow{k}) = -\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Ova rotacija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Ova rotacija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$
\begin{aligned}
A(\vec{i}) &= \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{k} \\
A(\vec{j}) &= \vec{j} \\
A(\vec{k}) &= -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{k}
\end{aligned}
$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Ova rotacija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{k} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \\ A(\vec{k}) = -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Ova rotacija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{k} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \\ A(\vec{k}) = -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} =$$

Primjeri operatora ravnine i prostora

Rotacija prostora oko osi y

Ova rotacija je linearni operator $A : V^3 \to V^3$ određen sa

$$\left.\begin{array}{l} A(\vec{i}) = \cos\alpha\vec{i} + \sin\alpha\vec{k} \\ A(\vec{j}) = \vec{j} \\ A(\vec{k}) = -\sin\alpha\vec{i} + \cos\alpha\vec{k} \end{array}\right\} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}.$$