Diferencijalna geometrija - osnovni pojmovi

Jelena Sedlar

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Osnovni pojmovi

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.
Uvodimo nazive:

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.
Uvodimo nazive:

- vektori -

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.
Uvodimo nazive:

- vektori - elementi iz $\mathbb{R}^3$,

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.
Uvodimo nazive:

- vektori - elementi iz $\mathbb{R}^3$,
- skalari -

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbb{R}^3$ standardni trodimenzionalni vektorski prostor.
Uvodimo nazive:

- vektori - elementi iz $\mathbb{R}^3$,
- skalari - elementi iz $\mathbb{R}$.

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$,

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$,

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gdje je $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gdje je $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.
Tada je definirano:

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gdje je $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.
Tada je definirano:

- zbrajanje vektora

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2),$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$, $\lambda \in \mathbb{R}$, gdje je $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$.
Tada je definirano:

- zbrajanje vektora

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2),$$

- množenje vektora skalarom

$$\lambda \mathbf{r}_1 = (\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1).$$

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0) \,,$$

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,$$

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna)

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0,1,0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0,0,1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao linearna kombinacija vekotora baze sa $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$.

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0,1,0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0,0,1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao linearna kombinacija vekotora baze sa $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$.

Napomena!

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\;\; \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\;\; \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao linearna kombinacija vekotora baze sa $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$.

Napomena! Obzirom da su prostori $\mathbb{R}^3$ i V^3 izomorfni,

Osnovni pojmovi

Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao linearna kombinacija vekotora baze sa $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$.

Napomena! Obzirom da su prostori $\mathbb{R}^3$ i V^3 izomorfni, a $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ je standardna baza prostora V^3, Ako je

$$\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)\,,\ \mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)\,,\ \mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)\,,$$

onda je $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\} \subseteq \mathbb{R}^3$ (standardna) baza prostora $\mathbb{R}^3$.

Svaki vektor $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ može se prikazati kao linearna kombinacija vekotora baze sa $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_1 + y\mathbf{e}_2 + z\mathbf{e}_3$.

Napomena! Obzirom da su prostori $\mathbb{R}^3$ i V^3 izomorfni, a $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ je standardna baza prostora V^3, često ćemo za vektore baze pisati $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ umjesto $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$.

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- skalarni produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- skalarni produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

- norma vektora formulom

$$|\mathbf{r}_1| = \sqrt{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- skalarni produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

- norma vektora formulom

$$|\mathbf{r}_1| = \sqrt{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

- kut α između vektora $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- skalarni produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

- norma vektora formulom

$$|\mathbf{r}_1| = \sqrt{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

- kut α između vektora $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$ (pri čemu je $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{0}$ i $\mathbf{r}_2 \neq \mathbf{0}$)

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- skalarni produkt formulom
$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$
- norma vektora formulom
$$|\mathbf{r}_1| = \sqrt{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$
- kut α između vektora $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2 \in \mathbb{R}^3$ (pri čemu je $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{0}$ i $\mathbf{r}_2 \neq \mathbf{0}$) formulom
$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = |\mathbf{r}_1|\,|\mathbf{r}_2| \cos\alpha.$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- vektorski produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- vektorski produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

što se može zapisati u obliku simboličke determinante

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- vektorski produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

što se može zapisati u obliku simboličke determinante

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

Ako imamo još i $\mathbf{r}_3 = (x_3, y_3, z_3)$, onda je definiran i:

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- vektorski produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

što se može zapisati u obliku simboličke determinante

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

Ako imamo još i $\mathbf{r}_3 = (x_3, y_3, z_3)$, onda je definiran i:

- mješoviti produkt formulom

$$(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{r}_3 =$$

Osnovni pojmovi

Neka su $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ i $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ vektori iz $\mathbb{R}^3$. Tada je definiran:

- vektorski produkt formulom

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2, z_1 x_2 - x_1 z_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

  što se može zapisati u obliku simboličke determinante

$$\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}.$$

Ako imamo još i $\mathbf{r}_3 = (x_3, y_3, z_3)$, onda je definiran i:

- mješoviti produkt formulom

$$(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = (\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{r}_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

Osnovni pojmovi

Definicija.

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija.

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$,

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta -

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta -

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta - skalarna funkcija više varijabli

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

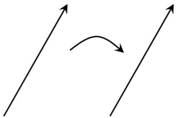
- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta - skalarna funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta - skalarna funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

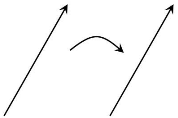


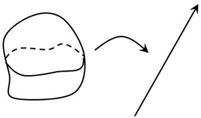
Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta - skalarna funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).





Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ funkcija. Kažemo da je f skalarna funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno skalarna funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- skalarna funkcija skalarnog argumenta - skalarna funkcija jedne varijable,
- skalarna funkcija vektorskog argumenta - skalarna funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

Napomena! Podrazumijevat ćemo da su pojmovi limesa, neprekidnosti, derivacije i integrala za ovakve funkcije poznati.

Osnovni pojmovi

Definicija.

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$,

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta -

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,
- vektorska funkcija vektorskog argumenta -

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

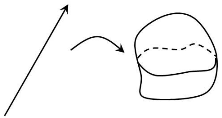
- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,
- vektorska funkcija vektorskog argumenta - vektorska funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija $(n \geq 2)$. Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,
- vektorska funkcija vektorskog argumenta - vektorska funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

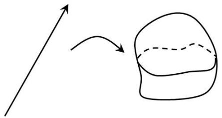


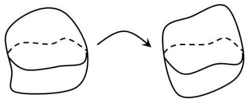
Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija ($n \geq 2$). Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,
- vektorska funkcija vektorskog argumenta - vektorska funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).





Osnovni pojmovi

Definicija. Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^n$ funkcija ($n \geq 2$). Kažemo da je $\mathbf{r}$ vektorska funkcija skalarnog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}$, odnosno vektorska funkcija vektorskog argumenta ako je $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^m$ za $m \geq 2$.

Alternativni nazivi:

- vektorska funkcija skalarnog argumenta - vektorska funkcija jedne varijable,
- vektorska funkcija vektorskog argumenta - vektorska funkcija više varijabli (najčešće dvije ili tri, tj. $m = 2$ ili $m = 3$).

Pitanje! Što s limesom, derivacijom i integralom ovakvih funkcija?

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$.

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$. Tada je

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3.$$

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$. Tada je

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3.$$

Funkcije $x, y, z : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ nazivaju se koordinatne funkcije od $\mathbf{r}$.

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$. Tada je

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3.$$

Funkcije $x, y, z : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ nazivaju se koordinatne funkcije od $\mathbf{r}$.

Definicija.

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$. Tada je

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3.$$

Funkcije $x, y, z : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ nazivaju se koordinatne funkcije od $\mathbf{r}$.

Definicija. Kažemo da je vektorska funkcija $\mathbf{r}$ neprekidna (odnosno derivabilna, glatka, integrabilna),

Osnovni pojmovi

Neka je $\mathbf{r} : \mathcal{D} \to \mathbb{R}^3$ vektorska funkcija i $t \in \mathcal{D}$. Tada je

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^3.$$

Funkcije $x, y, z : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ nazivaju se koordinatne funkcije od $\mathbf{r}$.

Definicija. Kažemo da je vektorska funkcija $\mathbf{r}$ neprekidna (odnosno derivabilna, glatka, integrabilna), ako su sve njezine koordinatne funkcije neprekidne (odnosno derivabilne, glatke, integrabilne).

Propozicija.

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta,

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta.

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

1. $(\mathbf{r}_1 \pm \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \pm \mathbf{r}_2'$,

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

1. $(\mathbf{r}_1 \pm \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \pm \mathbf{r}_2'$,
2. $(\lambda \mathbf{r}_1)' = \lambda \mathbf{r}_1' + \lambda' \mathbf{r}_1$,

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

1. $(\mathbf{r}_1 \pm \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \pm \mathbf{r}_2'$,
2. $(\lambda \mathbf{r}_1)' = \lambda \mathbf{r}_1' + \lambda' \mathbf{r}_1$,
3. $(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2'$,

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

1. $(\mathbf{r}_1 \pm \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \pm \mathbf{r}_2'$,
2. $(\lambda \mathbf{r}_1)' = \lambda \mathbf{r}_1' + \lambda' \mathbf{r}_1$,
3. $(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2'$,
4. $(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \times \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2'$,

Osnovni pojmovi

Propozicija. Neka su $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ i $\mathbf{r}_3$ derivabilne vektorske funkcije skalarnog argumenta, te λ derivabilna skalarna funkcija skalarnog argumenta. Tada vrijedi:

1. $(\mathbf{r}_1 \pm \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \pm \mathbf{r}_2'$,
2. $(\lambda \mathbf{r}_1)' = \lambda \mathbf{r}_1' + \lambda' \mathbf{r}_1$,
3. $(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \cdot \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2'$,
4. $(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)' = \mathbf{r}_1' \times \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2'$,
5. $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = (\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) + (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2', \mathbf{r}_3) + (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3')$.