

1.5. Za zadani nosač grafoanalitičkom metodom odrediti progib na mjestu djelovanja sile P i kut zaokreta uz ležajeve A i B.

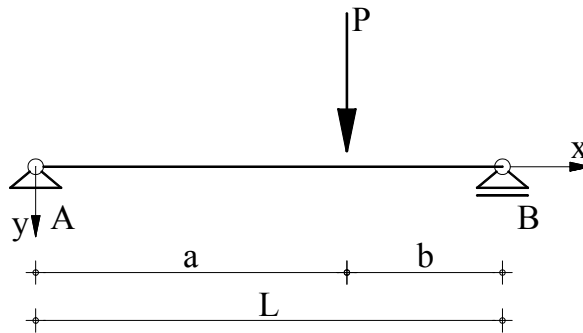
$$a = 4\text{m}$$

$$b = 2\text{m}$$

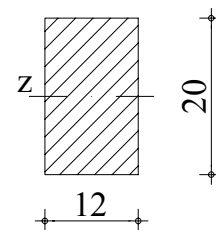
$$L = 6\text{m}$$

$$P = 20\text{kN}$$

$$E = 20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



P. presjek



$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4$$

Reakcije na stvarnom nosaču:

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B \cdot L - P \cdot a = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot a}{L} = \frac{20 \cdot 4}{6} = 13.33\text{kN}$$

$$\sum M_B = 0$$

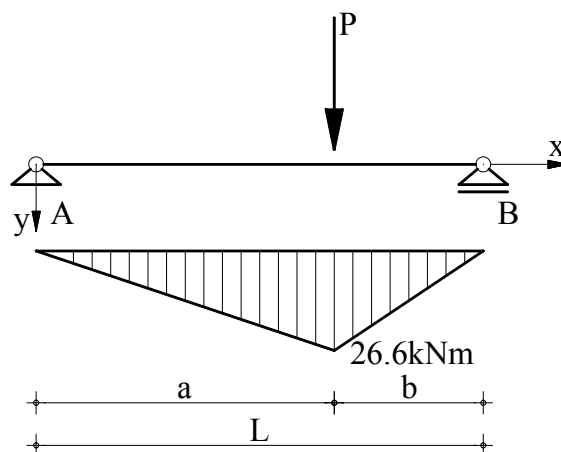
$$R_A \cdot L - P \cdot b = 0$$

$$R_A = \frac{P \cdot b}{L} = \frac{20 \cdot 2}{6} = 6.67\text{kN}$$

$$\sum V = 0$$

$$R_A + R_B = P$$

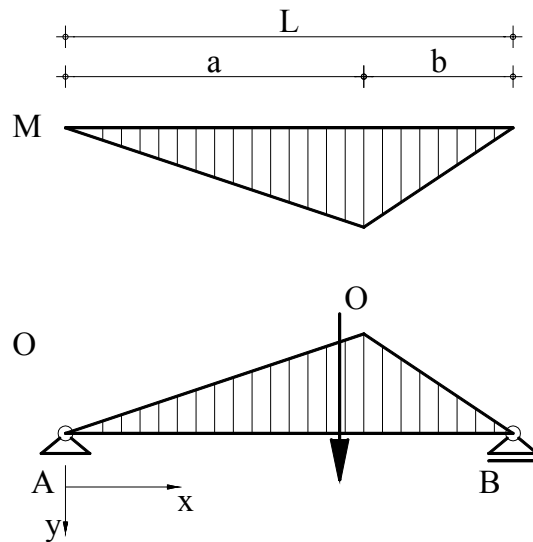
$$6.67\text{kN} + 13.33\text{kN} = 20\text{kN}$$



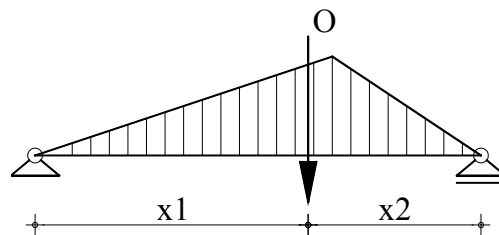
Rješavanje problema grafoanalitičkom metodom

Pri rješavanju problema grafoanalitičkom metodom potrebno je u prvom koraku odrediti dijagram momenta savijanja na nosaču. U sljedećem koraku dobiveni moment savijanja na stvarnom nosaču se prikazuje kao fiktivno opterećenje i to na način kako je prikazano an sljedećim crtežima. Nadalje je potrebno odrediti moment savijanja od fiktivnog opterećenja kako bi mogli odrediti progib, tj.

dijagram poprečnih sila od fiktivnog opterećenja kako bi mogli odrediti kuteve zaokreta u željenim tokčama.



Reakcije na fiktivnom nosaču:



Potrebno je odrediti udaljenost djelovanja rezultante od fiktivnog opterećenje. Možemo koristiti izraz za težište trokuta.

$$x_1 = \frac{\frac{4\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{2\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2} \cdot (4\text{m} + \frac{1}{3} \cdot 2\text{m})}{\frac{4\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2} + \frac{2\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2}} = 3.33\text{m}$$

$$x_2 = 6\text{m} - 3.33\text{m} = 2.67\text{m}$$

Ukupna rezultanta čini ukupnu površinu trokuta:

$$\Phi = \frac{4\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2} + \frac{2\text{m} \cdot 26.67\text{kNm}}{2} = 80.01\text{kNm}^2$$

$$\sum \bar{M}_A = 0$$

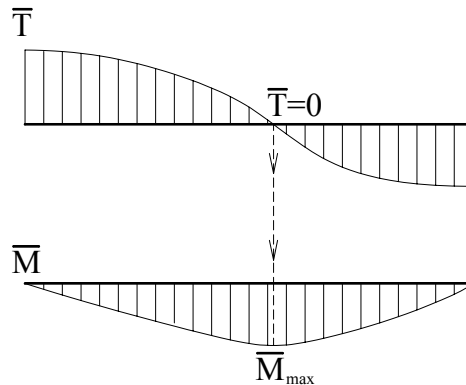
$$\bar{R}_B \cdot L - \Phi \cdot x_1 = 0$$

$$\bar{R}_B = \frac{\Phi \cdot x_1}{L} = \frac{80.01\text{kNm}^2 \cdot 3.33\text{m}}{6\text{m}} = 44.41\text{kNm}^2$$

$$\begin{aligned}\sum \bar{M}_B &= 0 \\ \bar{R}_A \cdot L - \Phi \cdot x_2 &= 0 \\ \bar{R}_A &= \frac{\Phi \cdot x_2}{L} = \frac{80.01 \text{ kNm}^2 \cdot 2.67 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 35.60 \text{ kNm}^2\end{aligned}$$

Sada kad smo izračunali reakcije, možemo lako odrediti kutove zaokreta uz ležajeve.

Kutovi na određenom presjeku dijelu nosača se određuju tako što se podijeli fiktivna poprečna sila u tom presjeku s krutošću poprečnog presjeka.



$$\begin{aligned}\varphi_A &= \frac{\bar{T}_A}{E \cdot I} = \frac{\bar{R}_A}{E \cdot I} = \frac{35.60 \text{ kNm}^2}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4} = \\ &= \frac{35.60 \cdot \text{kN} \cdot (100 \text{ cm})^2}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4} = 0.00222 \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varphi_B &= \frac{\bar{T}_B}{E \cdot I} = \frac{\bar{R}_B}{E \cdot I} = \frac{-44.41 \text{ kNm}^2}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4} = \\ &= -\frac{44.41 \text{ kN} \cdot (100 \text{ cm})^2}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4} = -0.00278 \text{ rad}\end{aligned}$$

Da bi odredili progib ispod sile P, potrebno je odrediti vrijednost fiktivnog momenta na tom mjestu

$$\begin{aligned}\bar{M}_p &= \bar{R}_A \cdot a - \frac{\Phi \cdot a}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a = \\ &= 35.60 \text{ kNm}^2 \cdot 4 \text{ m} - \frac{26.67 \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4 \text{ m} = \\ &= 71.28 \text{ kNm}^3\end{aligned}$$

Progib nosača u željenom presjeku odgovara vrijednosti koju dobivamo kada podijelimo fiktivni moment na željenom mjestu s krutošću nosača.

$$w_p = \frac{\bar{M}_p}{E \cdot I} = \frac{71.28 \text{ kN}(100 \text{ cm})^3}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ cm}^4} = 0.44 \text{ cm}$$