



**Fakultet građevinarstva, arhitekture i  
geodezije Sveučilište u Splitu**

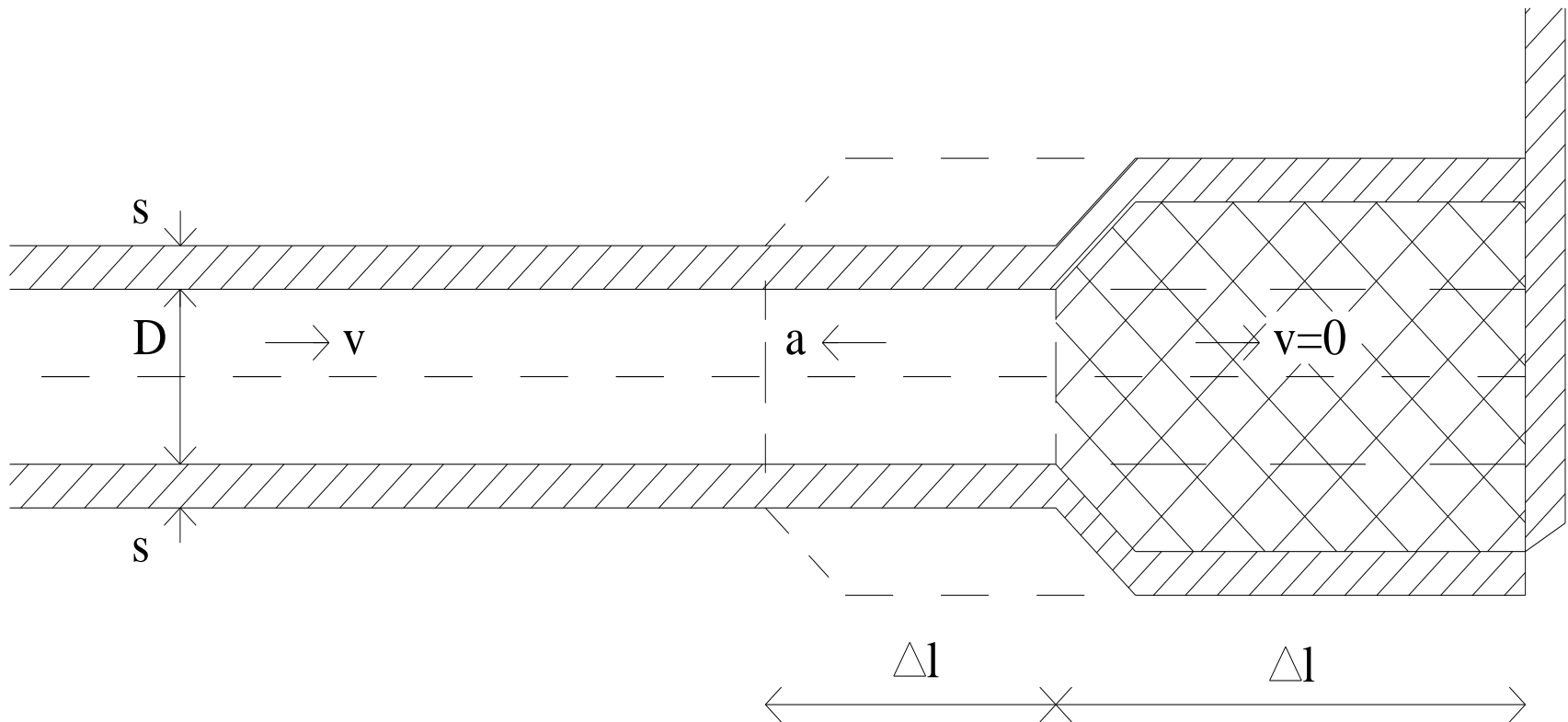
## **VJEŽBE 10**

### **Opterećenja u tlačnom cjevovodu**



# VODNI UDAR

- U tlačnom cjevovodu pojavljuju se razlike u brzini tečenja uzduž cjevovoda
- ovo uzrokuju manevri na predturbinskim zatvaračima – svako zatvaranje i otvaranje istih dovodi do promjena piezometarskih stanja uzduž cjevovoda
- Na slici je prikazan slučaj naglog zaustavljanja toka vode na kraju cjevovoda. Smatra se da je zatvaranje zatvarača trenutno, tako da se neposredno iza trenutka zatvaranja, nakon isteka kratkog vremena  $\Delta t$ , tok vode zaustavio na dužini  $\Delta l$ .



- **Kako je voda stišljiva i cjevovod elastičan u trenutku  $\Delta t$  voda uspori samo na dužini  $\Delta l$ . Nakon zaustavljanja vode u profilu zatvarača, uzvodna masa vode po inerciji produžava gibanje, te zbija vodu na ograničenom prostoru onoliko koliko se voda može zbiti i elastični cjevovod rastegnuti.**
- **Unutar malog volumena zbijanje se ne može odvijati u nedogled, jer to ne dozvoljavaju povećani tlakovi, pa se u sljedećem trenutku  $\Delta t$ , područje zaustavnog toka povećava pomičući front poremećaja za novo  $\Delta l$ , brzinom:**

$$a = \frac{dl}{dt}$$

**Potrebno vrijeme zaustavljanja vode u cjevovodu dužine  $L$  bit će:** 
$$T_L = \frac{L}{a}$$

- **Stvarno zaustavljanje vode u profilu zatvarača ne može biti trenutno. Svaki poremećaj protoka u profilu zatvarača širit će se brzinom  $a$ . Ako je brzina širenja poremećaja  $a$  znatno veća od brzine zatvaranja zatvarača, vrijeme rasprostiranja poremećaja bit će kratko.**
- **Svako zatvaranje ili otvaranje regulacijskih organa protoka prouzrokuje nestacionarne efekte uzduž cjevovoda, bilo u pogledu promjene protoka ili u pogledu raspodjele tlakova. Ove efekte naglih promjena tlakova nazivamo vodnim udarom.**

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{g} \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta l$$

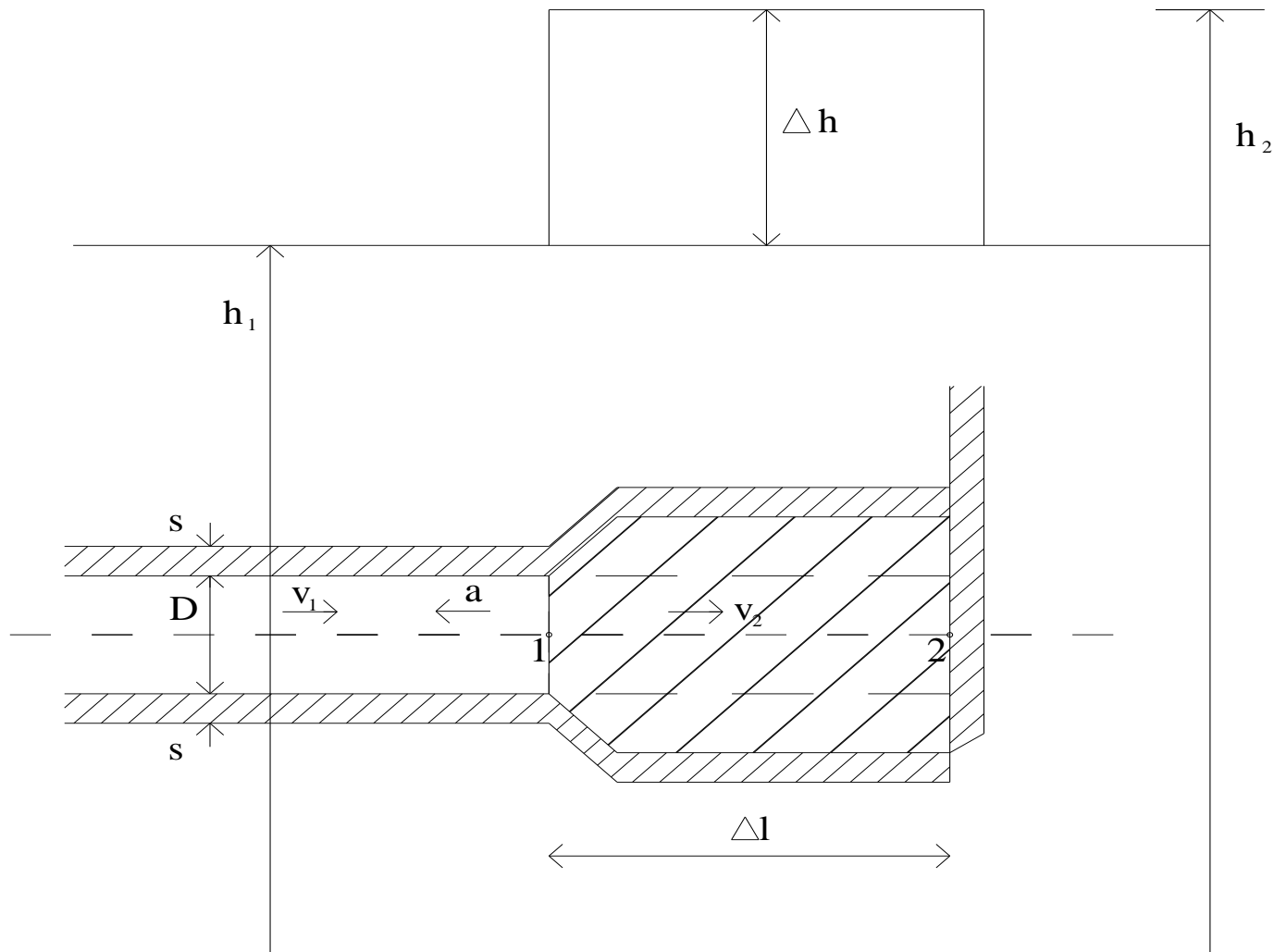
$$\Delta v = v_2 - v_1$$

$h_1$  – piezometarska visina prije promjene brzine

$h_2$  – piezometarska visina nakon promjene brzine

$v_1$  – brzina prije promjene

$v_2$  – brzina nakon promjene



Presjeci 1 i 2 su vrlo bliski, jer se u malom vremenskom intervalu  $\Delta t$  poremećaj može rasprostirati samo na malom  $\Delta l$ .

Član  $\Delta l/\Delta t$  je jednak brzini širenja udara  $a$  pa konačno imamo:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = -\frac{a}{g} \cdot \Delta v$$

Kada imamo totalno zatvaranje, tj.  $v_2 = 0$ ,  $\Delta v = v_1$  dobivamo maksimalno povećanje piezometarskog tlaka

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot v_1$$

Brzina širenja vodnog udara dana je izrazom:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_V}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{E_V}{E_C} \cdot \frac{D}{s}}}$$

$E_V$  - modul elastičnosti vode

$E_C$  - modul elastičnosti cijevi

$\rho$  - gustoća vode

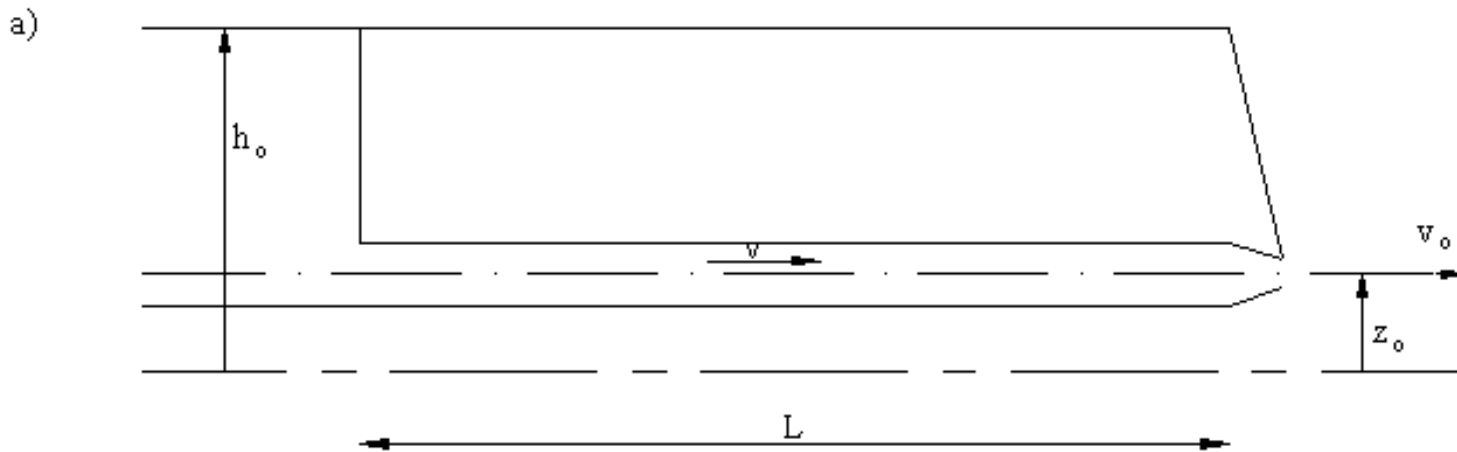
$D$  - promjer cijevi

$s$  - debljina stijenke cijevovoda

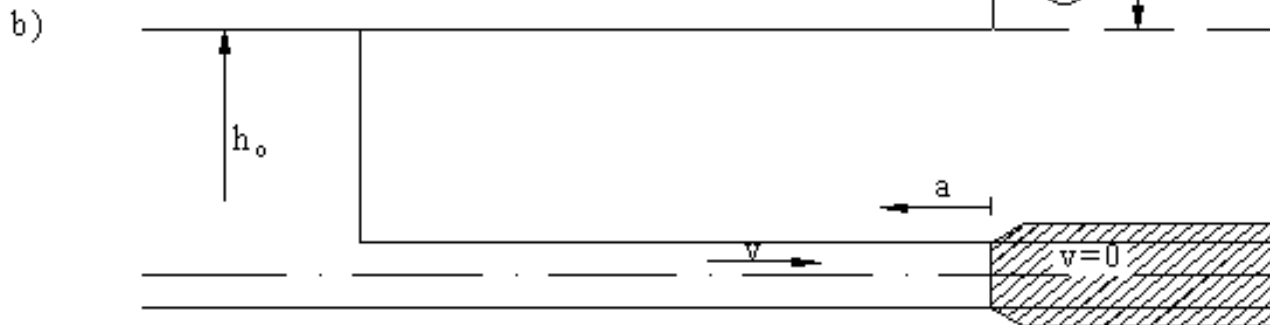
# FAZE VODNOG UDARA

a) Brzina vode u cijevi je jednaka  $v$ . Neposredno nakon  $t=0$  zaustavlja se protok na kraju cjevovoda, tako da se unutar cijevi pojavljuje smanjenje brzine  $-v$ , koja izaziva vodni udar veličine:

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot v_1$$



POČETNO STANJE  
 $t = 0$

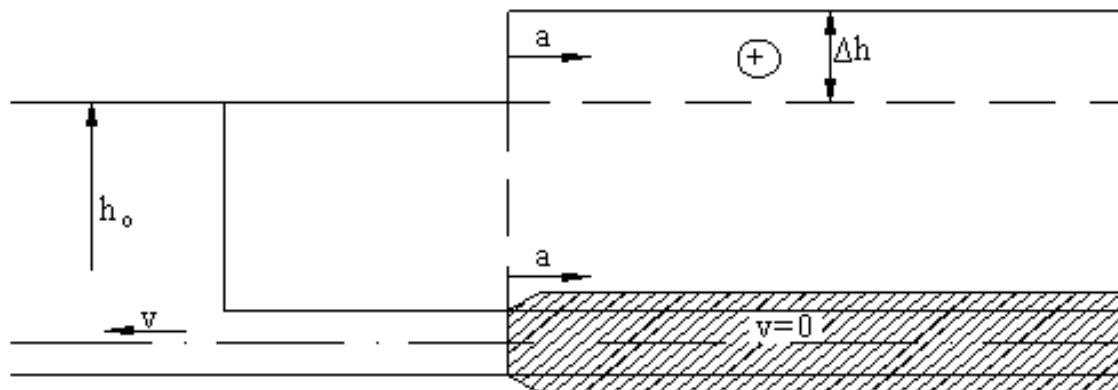


POZITIVNA FAZA  
 $0 < t < L/a$

b) Putovanje udara odvija se brzinom  $a$ , tako da se zaustavljanje toka i širenje cjevovoda pomiče uzvodno sve dok ne dosegne profil rezervoara. U tom trenutku voda unutar cijevi miruje ali je komprimirana tako da već u sljedećem trenutku cijev ispušta vodu u suprotnom pravcu, tj. u pravcu rezervoara.

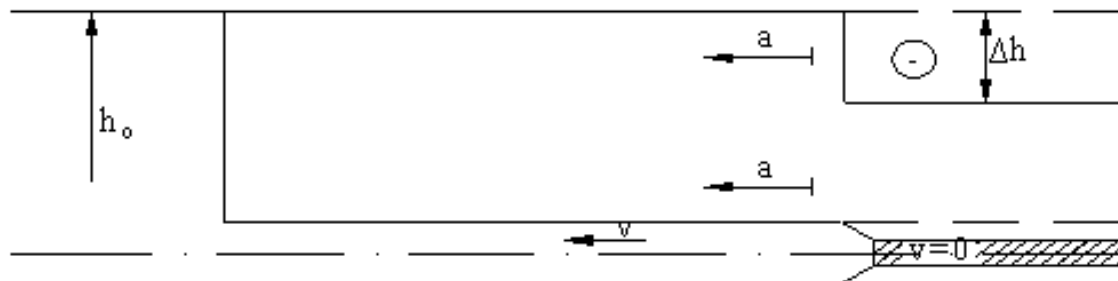
c) Oslobođanje komprimirane vode produžava se tako da voda teče u pravcu rezervoara brzinom  $v$ , što uzrokuje opadanje tlaka. Front vala vraća se prema zatvaraču brzinom  $a$ , a područje zbijene vode se smanjuje.

c)



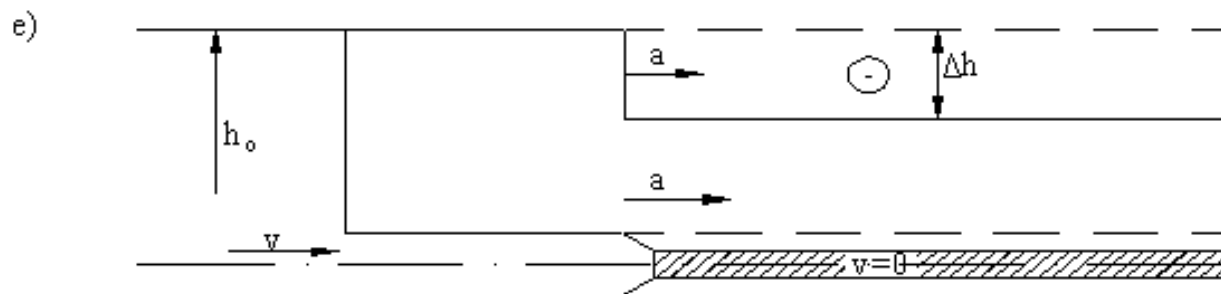
POZITIVNA FAZA  
 $L/a < t < 2L/a$

d)

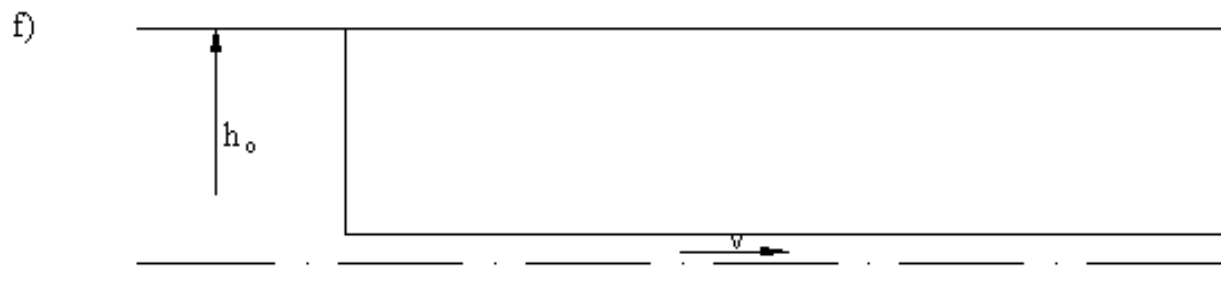


NEGATIVNA FAZA  
 $2L/a < t < 3L/a$

d) Nakon što se oslobodio komprimirani dio vode, voda u cjevovodu koja struji u smjeru rezervoara, po inerciji produžuje gibanje u tom smjeru. Budući je profil zatvarača potpuno zatvoren, tendencija gibanja vode u smjeru rezervoara sisajuće će djelovati, tako da će se cjevovod skupljati a voda razrijeđivati. U tom dijelu cijevi brzina vode je nula. To skupljanje izrazit će pad tlaka u iznosu  $\Delta h$  radi toga što je i promjena brzine  $\Delta v$  jednaka iznosu kao i prije ali suprotnog predznaka.



NEGATIVNA FAZA  
 $3L/a < t < 4L/a$



POVRATAK NA  
 POČETNO STANJE  
 $t = 4L/a$

e) Smanjeni tlak u cjevovodu omogućuje ponovno punjenje cjevovoda brzinom  $v$  u smjeru zatvarača. Tlak se za  $\Delta h$  povećava a front udara putuje prema zatvaraču. Nakon dolaska vode do profila zatvarača uspostavlja se stanje ekvivalentno početnom.



# 1. ZADATAK

Na slici je prikazan tlačni sustav sa zatvaračem na kraju cjevovoda dugog 2000 m. Ako se zatvarač na kraju cjevovoda naglo zatvori potrebno je izračunati tlačna opterećenja u funkciji vremena na profilima 1 i 2 čeličnog cjevovoda na slici. Neposredno prije manevra zatvaranja tečenje je stacionarno, a protok u cjevovodu je  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ .

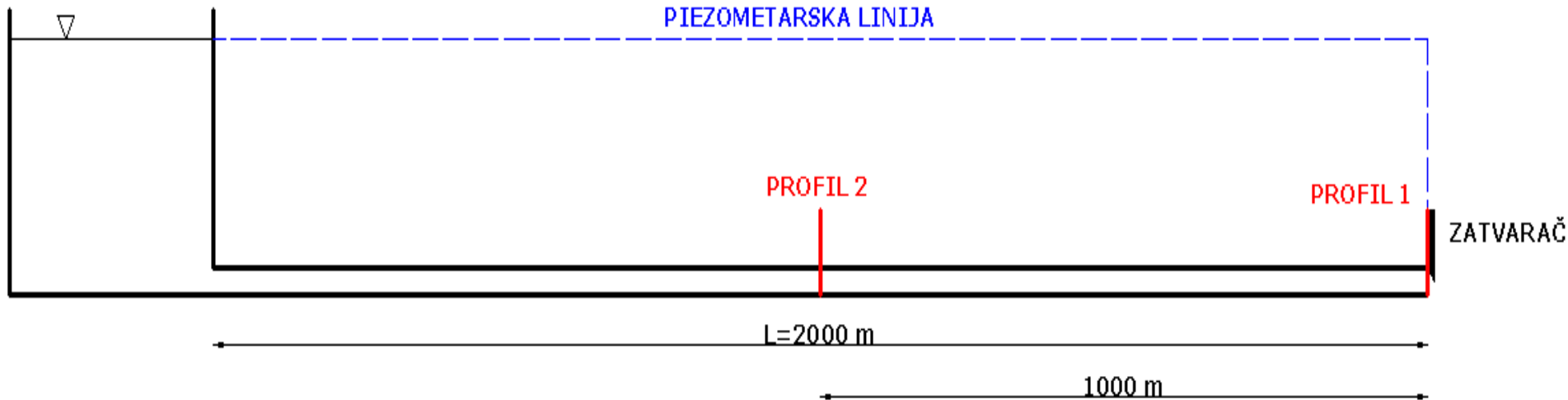
$$E_v = 2.04 \times 10^9 \text{ (Pa)},$$

$$E_c = 2.10 \times 10^{11} \text{ (Pa)},$$

$$D = 2.3 \text{ (m)}$$

$$s = 12 \text{ (mm)},$$

$$L = 2000 \text{ (m)},$$



**Najprije se određuju veličine koje opisuju proces širenja poremećaja uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda, i to brzina širenja fronta vodnog udara duž cjevovoda.**

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{s} \frac{E_v}{E_c}}} = \frac{\sqrt{\frac{2.04 \cdot 10^9}{1000}}}{\sqrt{1 + \frac{2.3}{0.012} \cdot \frac{2.04 \cdot 10^9}{2.10 \cdot 10^{11}}}} = 844.289 \text{ m/s}$$

**Nadalje, odredi se brzina tečenja u cjevovodu neposredno prije početka zatvaranja:**

$$V_0 = \frac{Q_0}{A_C} = \frac{25 \text{ m}^3 / \text{s}}{\frac{2.3^2 \cdot \pi}{4}} = 6.017 \text{ m/s}$$

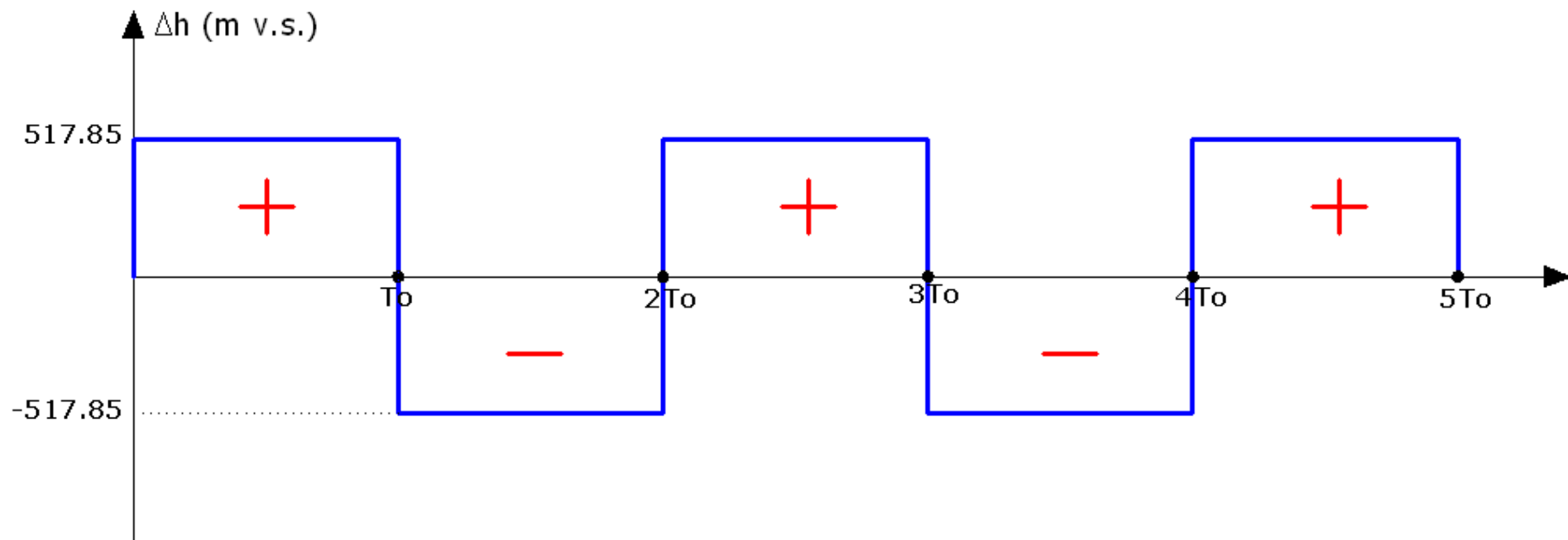
**A potom i povećanje tlaka u cjevovodu uslijed promjene brzine uzrokovane naglim zatvaranjem:**

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot (V_0 - V_1) = \frac{844.289}{9.81} \cdot (6.017 - 0) = 517.85 \text{ (m v.s.)}$$

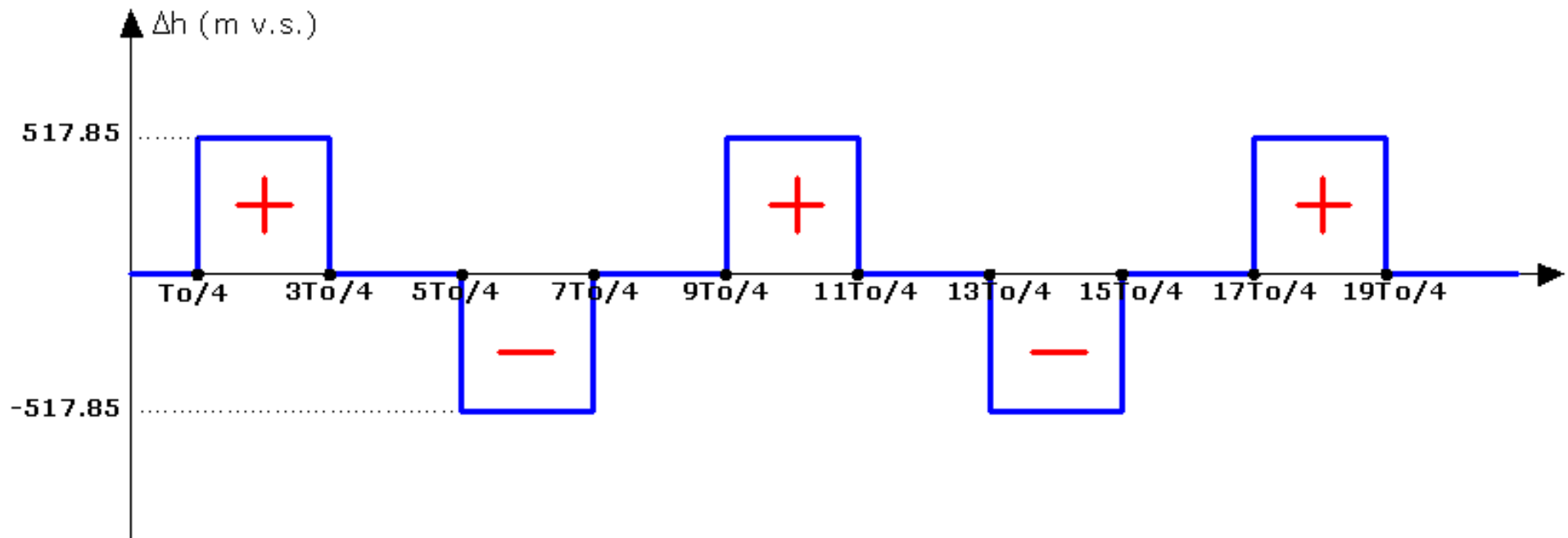
**Vrijeme trajanja svake od dviju faza vodnog udara za ovaj slučaj je:**

$$T_0 = \frac{2 \cdot L}{a} = \frac{2 \cdot 2000m}{844.289m/s} = 4.74s$$

**Vremenska raspodijela djelovanja vodnog udara na profilu 1 – na samom zatvaraču je - prikazana na slici ispod.**



Vremenska raspodijela djelovanja vodnog udara na profilu 2 prikazana je na slici ispod.



## 2. ZADATAK

Na slici je prikazan tlačni sustav sa zatvaračem na kraju cjevovoda dugog 2000 m. Ako se zatvarač na kraju cjevovoda zatvori tako da se brzina smanji upola od početne potrebno je izračunati tlačna opterećenja u funkciji vremena na profilima 1 i 2 čeličnog cjevovoda na slici. Neposredno prije manevra zatvaranja tečenje je stacionarno, a protok u cjevovodu je  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ .

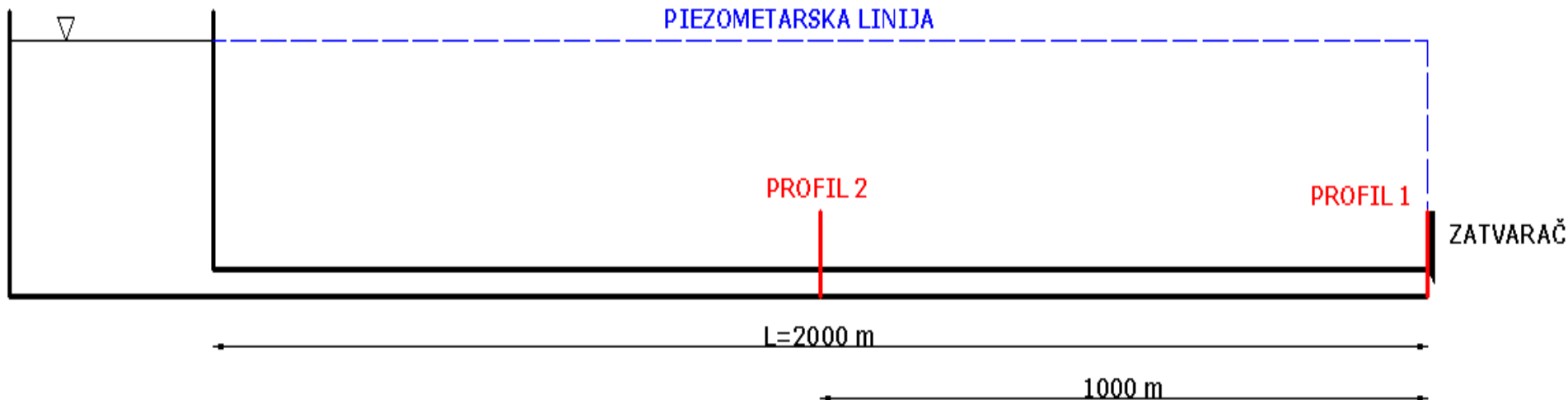
$$E_v = 2.04 \times 10^9 \text{ (Pa)},$$

$$E_c = 2.10 \times 10^{11} \text{ (Pa)},$$

$$D = 2.3 \text{ (m)}$$

$$s = 12 \text{ (mm)},$$

$$L = 2000 \text{ (m)},$$



**Najprije se određuju veličine koje opisuju proces širenja poremećaja uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda, i to brzina širenja fronta vodnog udara duž cjevovoda.**

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{s} \frac{E_v}{E_c}}} = \frac{\sqrt{\frac{2.04 \cdot 10^9}{1000}}}{\sqrt{1 + \frac{2.3}{0.012} \cdot \frac{2.04 \cdot 10^9}{2.10 \cdot 10^{11}}}} = 844.289 \text{ m/s}$$

**Nadalje, odredi se brzina tečenja u cjevovodu neposredno prije početka zatvaranja:**

$$V_0 = \frac{Q_0}{A_C} = \frac{25 \text{ m}^3 / \text{s}}{\frac{2.3^2 \cdot \pi}{4}} = 6.017 \text{ m/s}$$

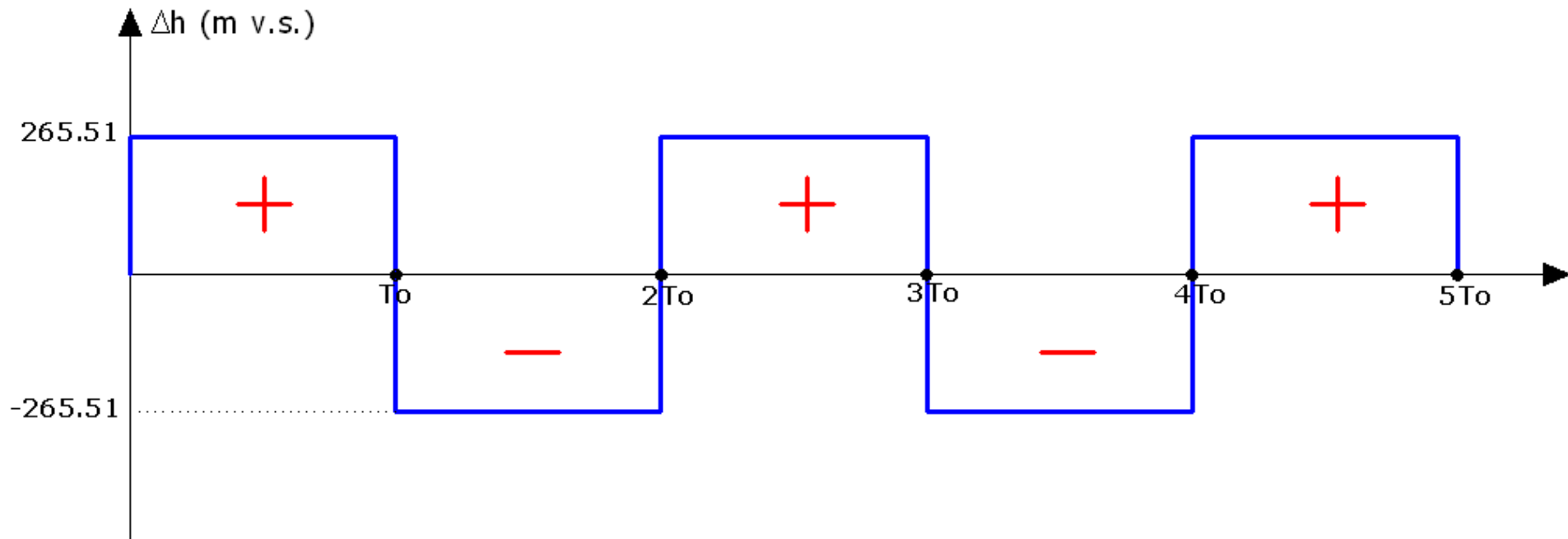
**A potom i povećanje tlaka u cjevovodu uslijed promjene brzine uzrokovane postepenim zatvaranjem tako da se brzina smanji upola**

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot (V_0 - V_1) = \frac{844.289}{9.81} \cdot (6.017 - 3.085) = 265.51 \text{ (m v.s.)}$$

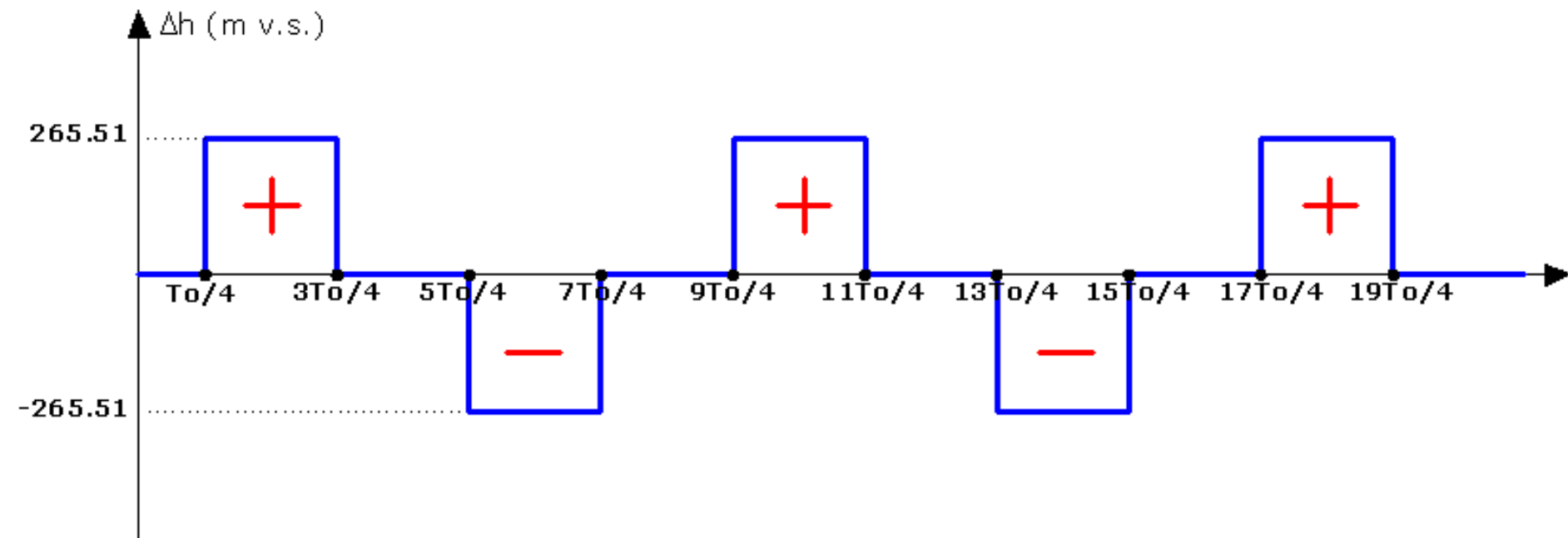
**Vrijeme trajanja svake od dviju faza vodnog udara za ovaj slučaj je:**

$$T_0 = \frac{2 \cdot L}{a} = \frac{2 \cdot 2000m}{844.289m/s} = 4.74s$$

**Vremenska raspodijela djelovanja vodnog udara na profilu 1 – na samom zatvaraču je - prikazana na slici ispod.**



Vremenska raspodijela djelovanja vodnog udara na profilu 2 prikazana je na slici ispod.





### 3. ZADATAK

Za linearan zakon promjene brzine uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda potrebno je konstruirati dijagram tlačnih opterećenja. Neposredno prije početka manevra zatvaranja tečenje je stacionarno, a protok u cjevovodu je  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ , vrijeme zatvaranja je  $10 \text{ s}$ .

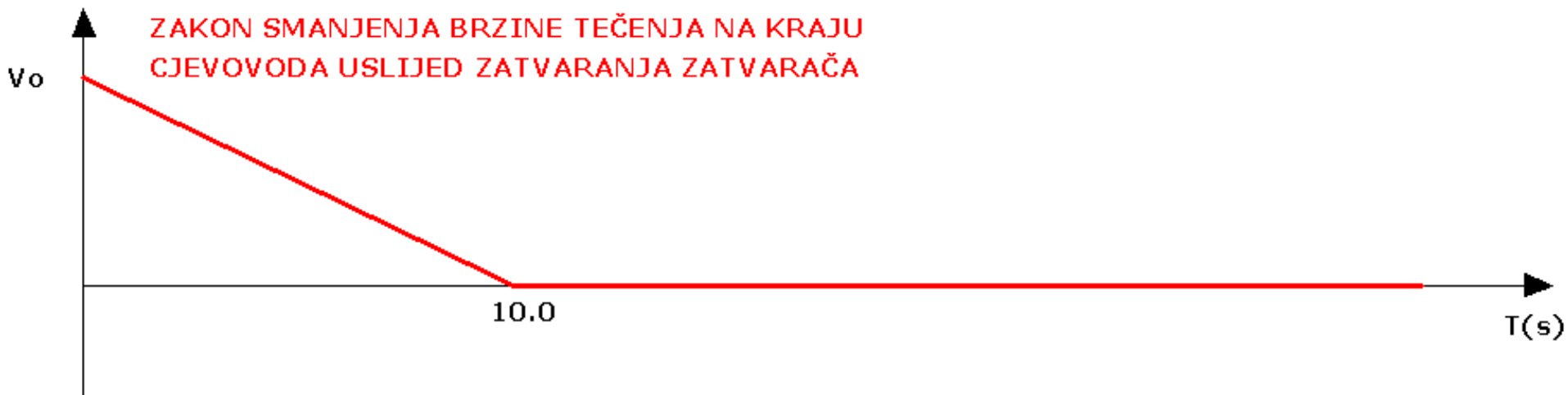
$$E_v = 2.04 \times 10^9 \text{ (Pa)},$$

$$E_c = 2.10 \times 10^{11} \text{ (Pa)},$$

$$D = 1.2 \text{ (m)}$$

$$s = 20 \text{ (mm)},$$

$$L = 3000 \text{ (m)},$$



Najprije se određuju veličine koje opisuju proces širenja poremećaja uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda, i to brzina širenja fronta vodnog udara duž cjevovoda.

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{s} \frac{E_v}{E_c}}} = \frac{\sqrt{\frac{2.04 \cdot 10^9}{1000}}}{\sqrt{1 + \frac{1.2}{0.020} \cdot \frac{2.04 \cdot 10^9}{2.10 \cdot 10^{11}}}} = 1135.36 \text{ m/s}$$

**Nadalje, odredi se brzina tečenja u cjevovodu neposredno prije početka zatvaranja:**

$$V_0 = \frac{Q_0}{A_c} = \frac{10 \text{ m}^3 / \text{s}}{\frac{1.2^2 \cdot \pi}{4}} = 8.84 \text{ m/s}$$

**A potom i povećanje tlaka u cjevovodu uslijed promjene brzine uzrokovane linearnim zatvaranjem. (bilo koja točka na pravcu koji predstavlja zakon promjene brzine-ovdje je odabrana točka u 10 s.)**

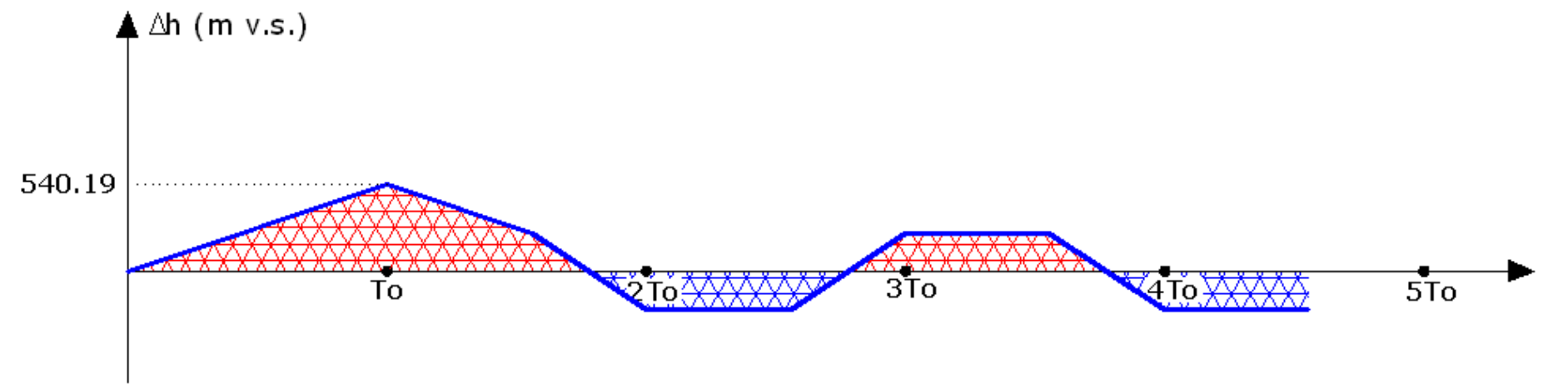
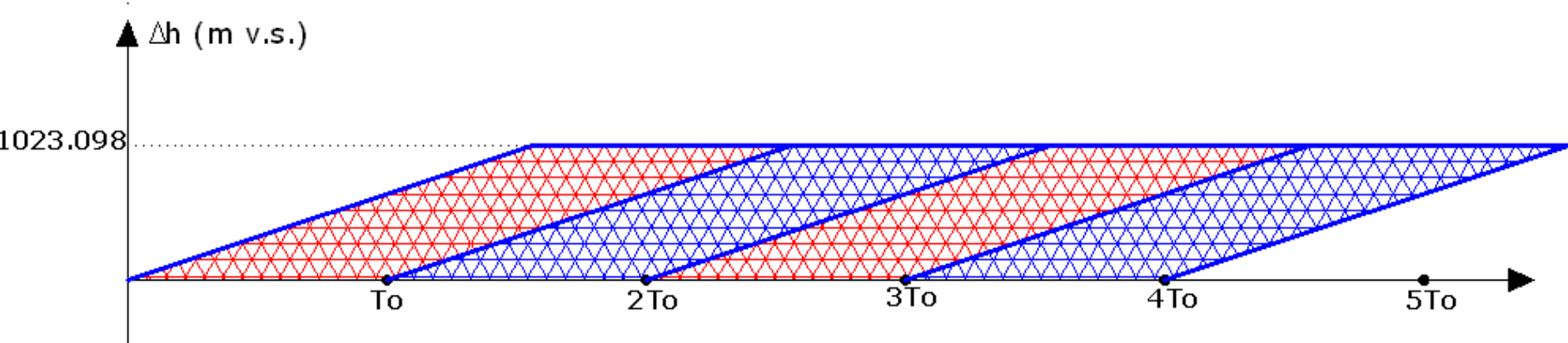
$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot (V_0 - V_1) = \frac{1135.36}{9.81} \cdot (8.84 - 0) = 1023.098 \text{ (m v.s.)}$$

**Vrijeme trajanja svake od dviju faza vodnog udara za ovaj slučaj je:**

$$T_0 = \frac{2 \cdot L}{a} = \frac{2 \cdot 3000 \text{ m}}{1135.36 \text{ m/s}} = 5.28 \text{ s}$$

**Maksimalni iznos povećanja tlaka (iz sukladnosti trokuta):**

$$\frac{\Delta h}{T_{ZATVARANJA}} = \frac{\Delta h_{\max}}{T_o} \Rightarrow \Delta h_{\max} = \frac{\Delta h \cdot T_o}{T_{ZATVARANJA}} = \frac{1023.098 \text{mv.s.} \cdot 5.28 \text{s}}{10 \text{s}} = 540.19 \text{mv.s.}$$



## 4. ZADATAK

Za linearan zakon promjene brzine uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda potrebno je konstruirati dijagram tlačnih opterećenja. Neposredno prije početka manevra zatvaranja tečenje je stacionarno, a protok u cjevovodu je  $10 \text{ m}^3/\text{s}$ , vrijeme zatvaranja je  $4 \text{ s}$ .

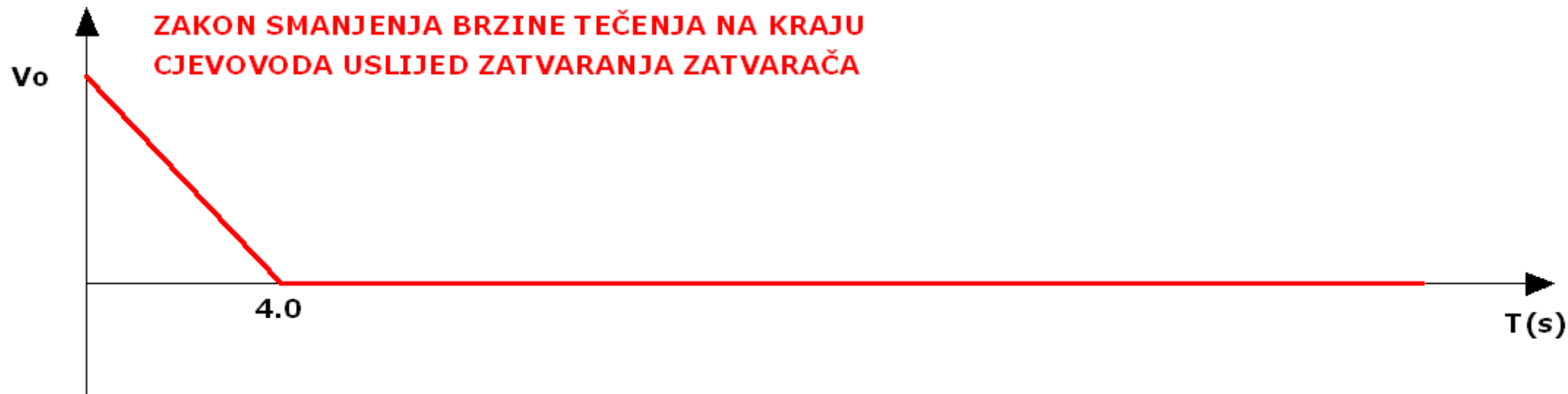
$$E_v = 2.04 \times 10^9 \text{ (Pa)},$$

$$E_c = 2.10 \times 10^{11} \text{ (Pa)},$$

$$D = 1.2 \text{ (m)}$$

$$s = 20 \text{ (mm)},$$

$$L = 3000 \text{ (m)},$$



Najprije se određuju veličine koje opisuju proces širenja poremećaja uslijed zatvaranja zatvarača na kraju cjevovoda, i to brzina širenja fronta vodnog udara duž cjevovoda.

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{D}{s} \frac{E_v}{E_c}}} = \frac{\sqrt{\frac{2.04 \cdot 10^9}{1000}}}{\sqrt{1 + \frac{1.2}{0.020} \cdot \frac{2.04 \cdot 10^9}{2.10 \cdot 10^{11}}}} = 1135.36 \text{ m/s}$$

**Nadalje, odredi se brzina tečenja u cjevovodu neposredno prije početka zatvaranja:**

$$V_0 = \frac{Q_0}{A_C} = \frac{10 \text{ m}^3 / \text{s}}{\frac{1.2^2 \cdot \pi}{4}} = 8.84 \text{ m/s}$$

**A potom i povećanje tlaka u cjevovodu uslijed promjene brzine uzrokovane linearnim zatvaranjem. (bilo koja točka na pravcu koji predstavlja zakon promjene brzine-ovdje je odabrana točka u 4 s.)**

$$\Delta h = \frac{a}{g} \cdot (V_0 - V_1) = \frac{1135.36}{9.81} \cdot (8.84 - 0) = 1023.098 \text{ (m v.s.)}$$

**Vrijeme trajanja svake od dviju faza vodnog udara za ovaj slučaj je:**

$$T_0 = \frac{2 \cdot L}{a} = \frac{2 \cdot 3000 \text{ m}}{1135.36 \text{ m/s}} = 5.28 \text{ s}$$

**Vidljivo je da se u ovom slučaju javlja maksimalna vrijednost povećanja tlaka.**

