

**Fakultet građevinarstva, arhitekture i
geodezije Sveučilište u Splitu**

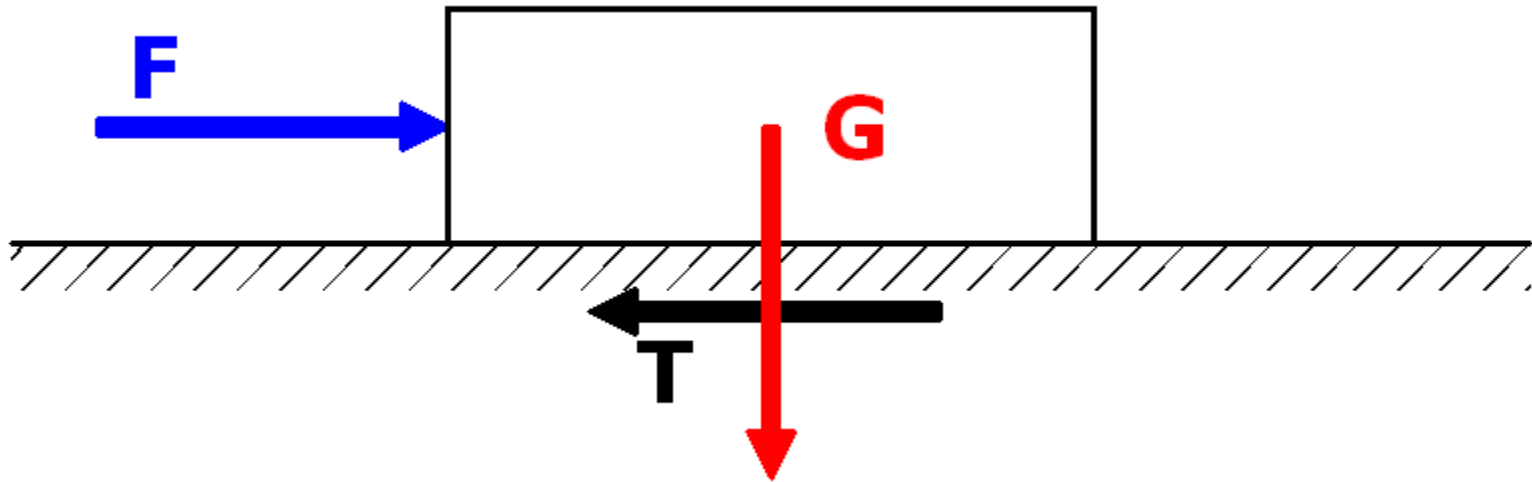
VJEŽBE 12

**Primjena teorije pouzdanosti u
projektiranju hidrotehničkih objekta**

I. dio



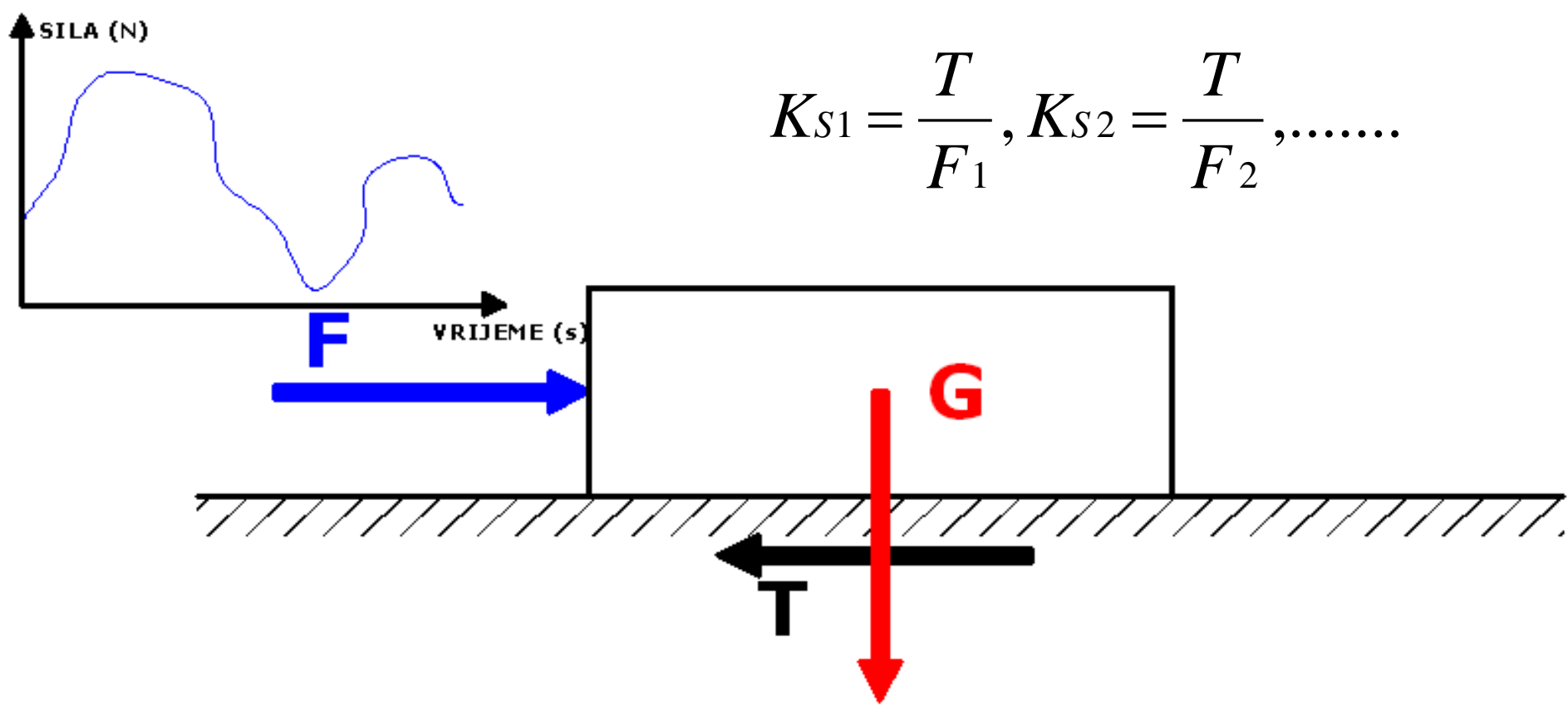
- Na slici je prikazan slučaj kada sila F - konstantnog iznosa u nekom vremenu, djeluje na pravokutno tijelo kako je prikazano na slici i nastoji ga pokrenuti, tj. premjestiti u neki drugi položaj
- Sila trenja T - sprječava pomicanje tijela i njegovo premještanje iz početnog položaja u neki drugi položaj
- Ako se početni položaj tijela na slici proglasi “povoljnim” → bilo koji drugi položaj različit od početnog neka je “nepovoljan”



- ako su poznati iznosi sile F i sile trenja T ($T=G*\mu$) tada se lako definira koeficijent sigurnosti na klizanje prikazanog tijela:

$$K_s = \frac{T}{F}$$

- **Kako interpretirati dobiveni koeficijent sigurnosti????**
 - **Što znači ako je dobiveni koeficijent sigurnosti na klizanje 0,8 ili 0,3 ??**
 - **Znači da je u oba slučaja sila F iznosom veća od sile trenja $T \rightarrow$ tijelo iz “pozitivnog” položaja prelazi u “negativan” ili neželjen položaj \rightarrow narušena je stabilnost**
 - **Što znači ako je dobiveni koeficijent sigurnosti na klizanje 1,2 ili 10 ??**
 - **Znači da je u oba slučaja sila F iznosom manja od sile trenja $T \rightarrow$ tijelo iz “pozitivnog” položaja NE prelazi u “negativan” ili neželjen položaj \rightarrow stabilnost nije narušena**
-
- **Kako ovo primijeniti na hidrotehničke objekte?**
 - **uzmimo za primjer branu: neka je F horizontalna komponenta hidrostatskog tlaka sa uzvodne strane, a T sila trenja na dodirnoj plohi brane sa tlom**
 - **s obzirom da je hidrostatski tlak funkcija razine vode s uzvodne strane, a ista nije konstantna u vremenu, zaključuje se da sila F nije DETERMINISTIČKA vrijednost već STATISTIČKA**
 - **Dakle, sila hidrostatskog tlaka s uzvodne strane je slučajna varijabla koja uzima različite vrijednosti u vremenu kao što je prikazano na idućoj slici**

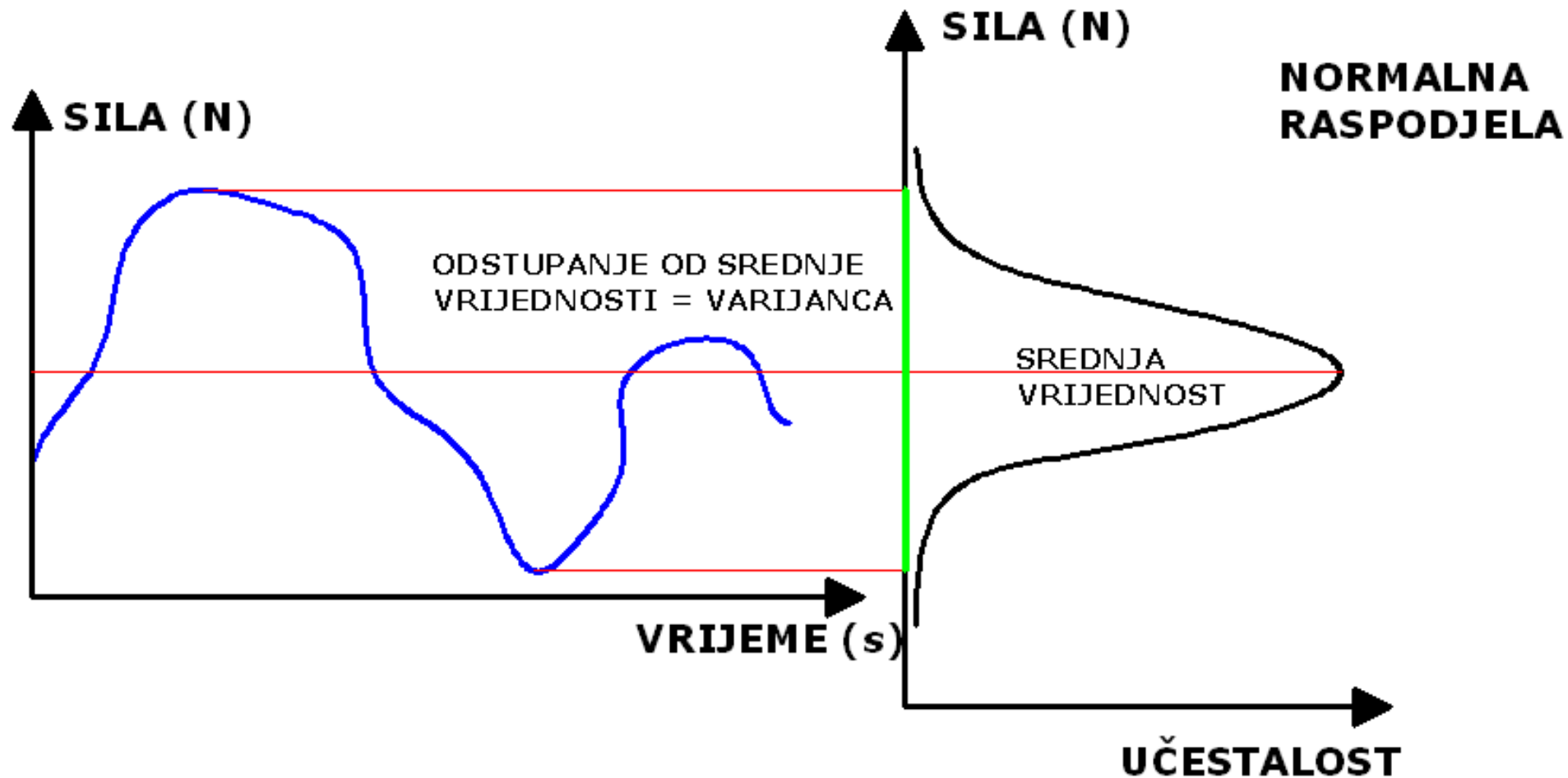


$$K_{S1} = \frac{T}{F_1}, K_{S2} = \frac{T}{F_2}, \dots$$

- Sada za svaki vremenski trenutak možemo izračunati koeficijent sigurnosti tijela na slici (brane) na klizanje → puno vremenskih trenutaka → puno koeficijenata sigurnosti → puno vremena → koji od dobivenih koeficijenata usvojiti kao mjerodavni???
- Ako sila hidrostatskog tlaka F u samo jednom trenutku premaši iznosom silu trenja T na temeljnoj plohi, doći će do klizanja brane i narušavanja globalne stabilnosti brane → objekt nije dobro dimenzioniran

- Već smo zaključili da je sila F slučajna varijabla, dakle u vremenu je promjenjiva i uzima vrijednosti kako je prikazano na prethodnoj slici
- Slučajna varijabla definirana je statističkom raspodjelom (koristimo Normalnu ili Gauss-ovu raspodijelu)
- Ako izraz za koeficijent sigurnosti napišemo u obliku:

$$K_S = \frac{T}{F}$$



- Sila trenja T (u brojniku) će uvijek biti konstantna jer ovisi o koeficijentu trenja i težini objekta koji su konstantne vrijednosti u odnosu na silu F
- Silu T iz brojnika podijelimo sa svim slučajnim vrijednostima sile F (ako odaberemo n trenutaka tada ćemo imati i n sila F različitog iznosa)
- slijedi da ćemo dobiti n vrijednosti koeficijenata sigurnosti \rightarrow i koeficijent sigurnosti postaje slučajna varijabla jer je funkcija slučajne varijable F

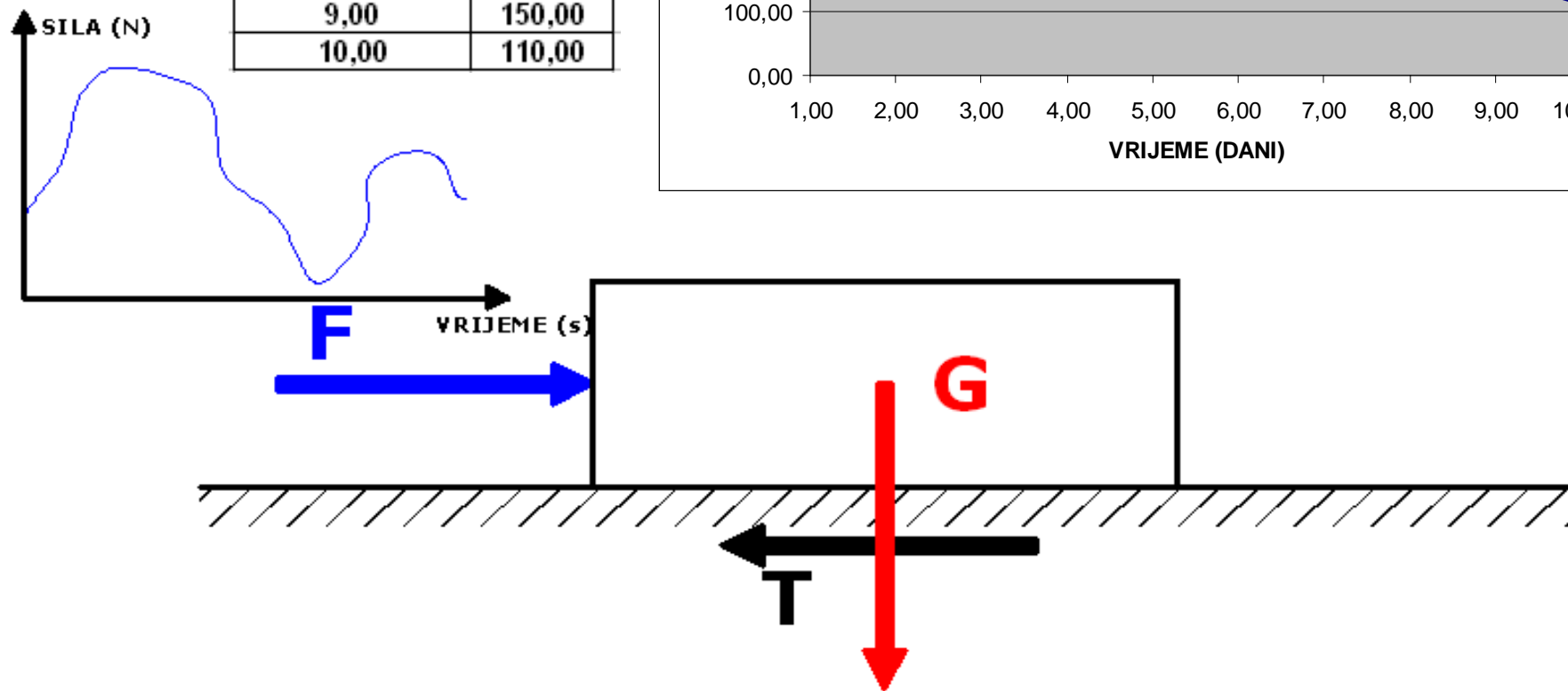
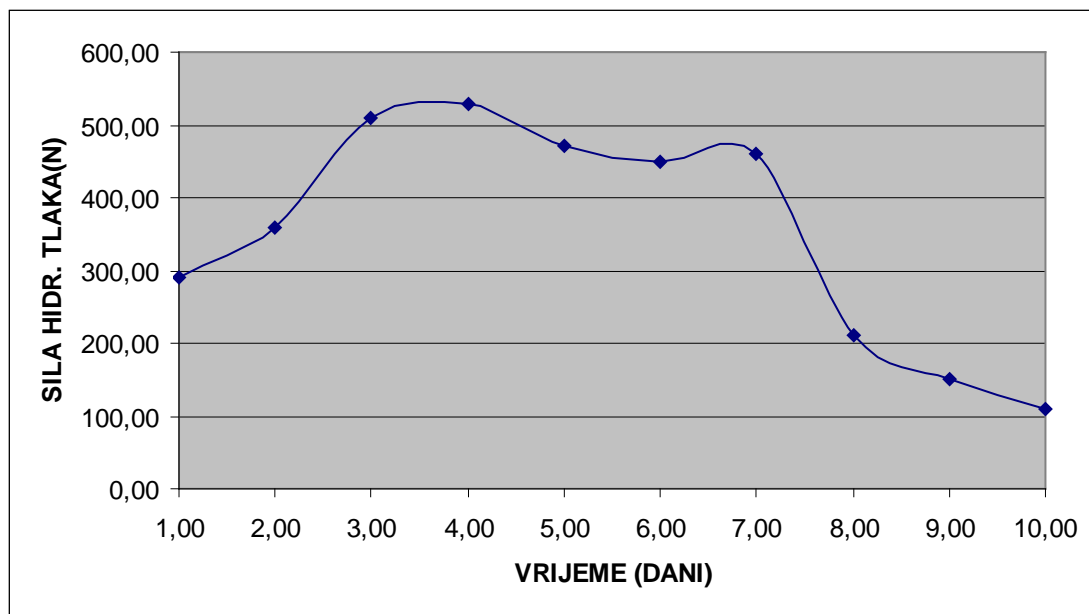
$$W = \frac{R}{L}$$

- W je funkcija izvođenja
- R je slučajna varijabla koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran
- L je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije

1. ZADATAK:

Potrebno je definirati vjerojatnost pouzdanosti i rizika objekta na slici, ako je sila trenja na dodirnoj plohi $T = 500 \text{ N}$. Sila F je slučajnog karaktera sa iznosima u tablici.

VRIJEME (dan)	F(N)
1,00	290,00
2,00	360,00
3,00	510,00
4,00	530,00
5,00	470,00
6,00	450,00
7,00	460,00
8,00	210,00
9,00	150,00
10,00	110,00



- **Najprije je potrebno definirati oblik funkcije izvođenja i definirati što je R a što L**

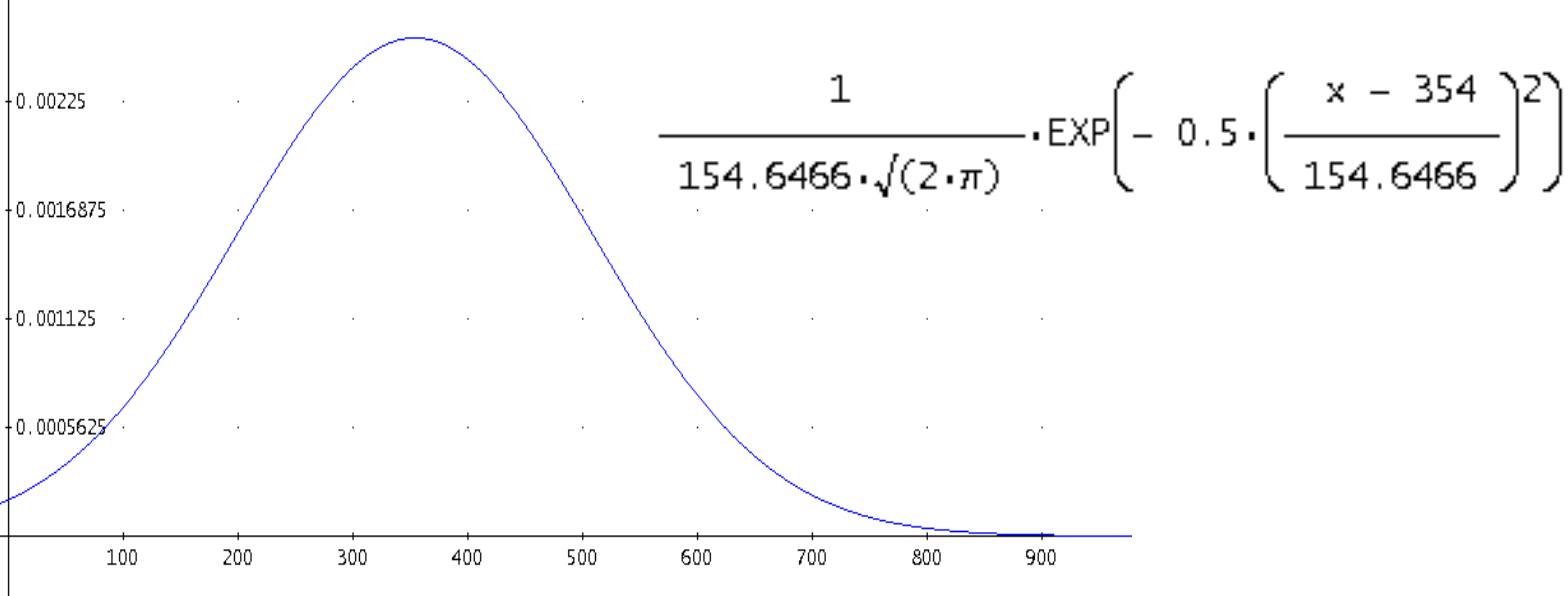
$$W = \frac{R}{L}$$

- **R je deterministička vrijednost koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran → vrijednost sile hidrostatskog tlaka na koju je objekt dimenzioniran je 500 N, to je ono što objekt može podnijeti**
- **L je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije i opisana je Normalnom raspodjelom. Promatrano vrijeme eksploatacije u zadatku je 10 dana,**

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} = \frac{290 + 360 + 510 + 530 + 470 + 450 + 460 + 210 + 150 + 110}{10} = 354(N)$$

$$Var(F) = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2}{n-1} = \frac{(290-354)^2 + (360-354)^2 + (510-354)^2 + (530-354)^2 + \dots}{10-1} = 23915,56(N)$$

$$Stdev(F) = \sqrt{Var(F)} = \sqrt{23915,56(N)} = 154,646(N)$$

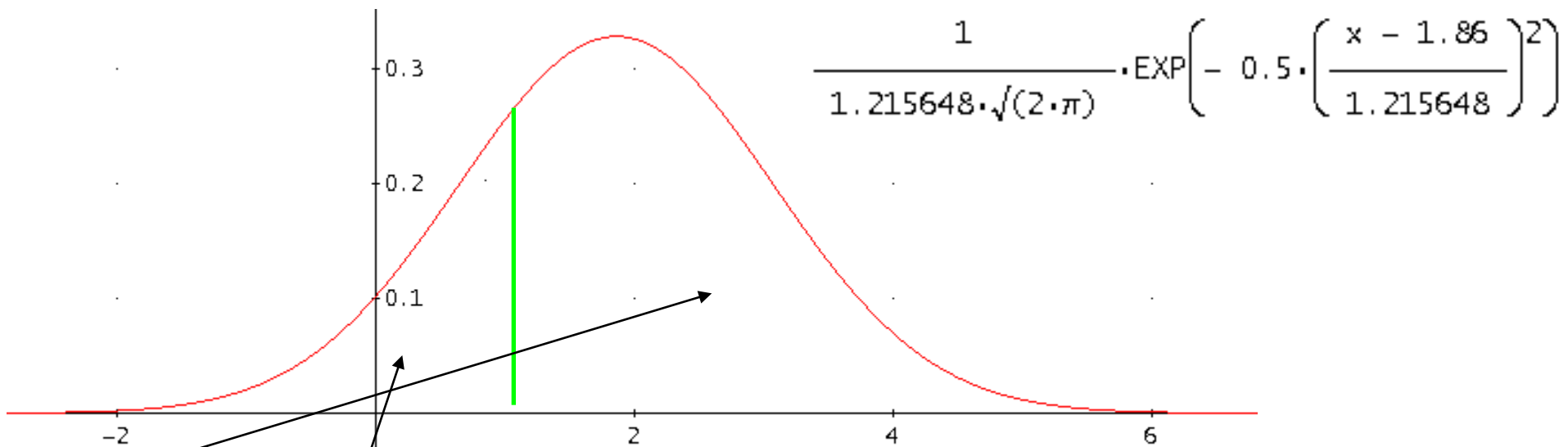


• **Kako je već rečeno, ako silu trenja, kao determinističku vrijednost podijelimo sa 10 slučajnih vrijednosti sile F dobije se također 10 slučajnih vrijednosti funkcije izvođenja. Podsjetimo, fukncija izvođenja je oblika**

F (N)	T (N)	W
290,00	500,00	1,72
360,00	500,00	1,39
510,00	500,00	0,98
530,00	500,00	0,94
470,00	500,00	1,06
450,00	500,00	1,11
460,00	500,00	1,09
210,00	500,00	2,38
150,00	500,00	3,33
110,00	500,00	4,55
Srednja vrijednost		1,86
Standardna devijacija		1,215648

$$W = \frac{R}{L}$$

• **Ako se konstantna vrijednost T podijeli sa slučajnom vrijednošću F koja se ravna po normalnoj raspodijeli, tada se novonastala varijabla W također ravna po normalnoj raspodijeli.**



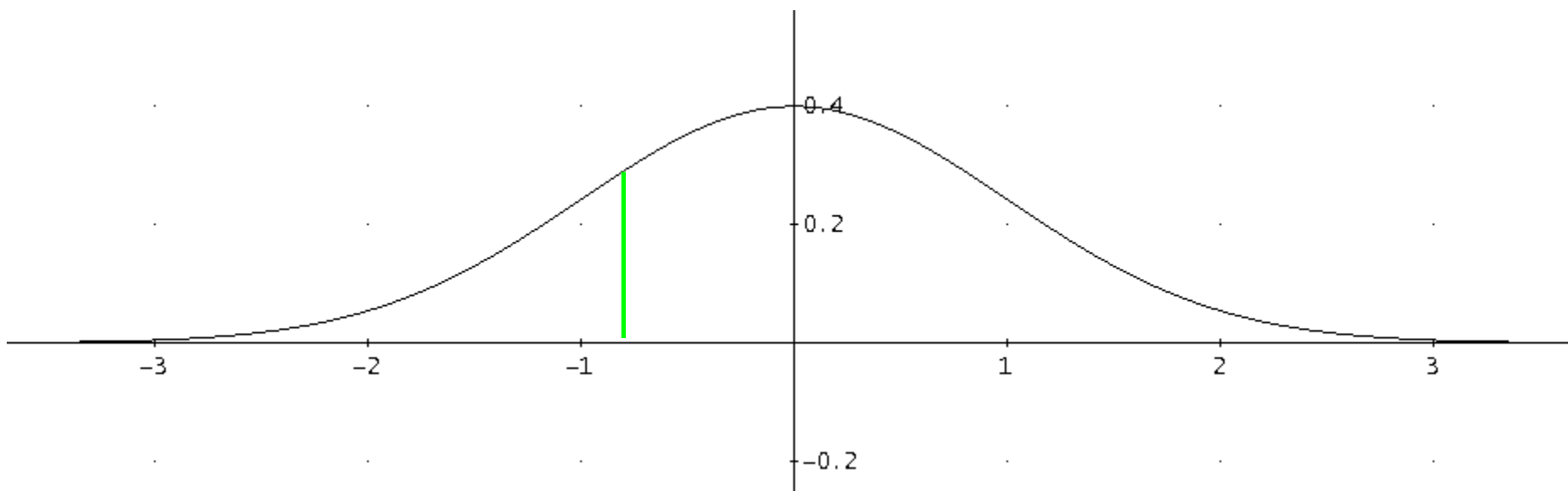
- **Pouzdanost objekta je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost veću ili jednaku jedan (1). To je vrijednost površine ispod Gaussove krivulje desno od zelene linije koja predstavlja graničnu vrijednost jedan (1)**
- **Rizik objekta je komplement pouzdanosti objekta, dakle to je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost manju od jedan (1). To je vrijednost površine ispod Gauss-ove krivulje lijevo od zelene linije.**
- **navedene vrijednosti očitavaju se iz priložene tablice koja predstavlja standardnu normalnu raspodijelu**
- **da bi se priložena tablica mogla koristiti treba izvršiti transformaciju Normalne raspodijele funkcije izvođenja na standardnu normalnu raspodijelu**

Vjerojatnost pouzdanosti je:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{1.215648 \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot \text{EXP} \left[-0.5 \cdot \left(\frac{x - 1.86}{1.215648} \right)^2 \right] dx \quad *100 = 75.92\%$$

**Ili iz tablice : - najprije izvršiti transformaciju na standardnu normalnu raspodijelu, granična vrijednost funkcije izvođenja ovdje će biti -0.704. →
ps = 75.80 % (razlika se javila zbog mogućnosti očitavanja samo dviju decimala u tablici.**

**Rizik ili vjerojatnost otkazivanja je komplement vjerojatnosti pouzdanost:
pf = 100% - ps = 24.20%.**

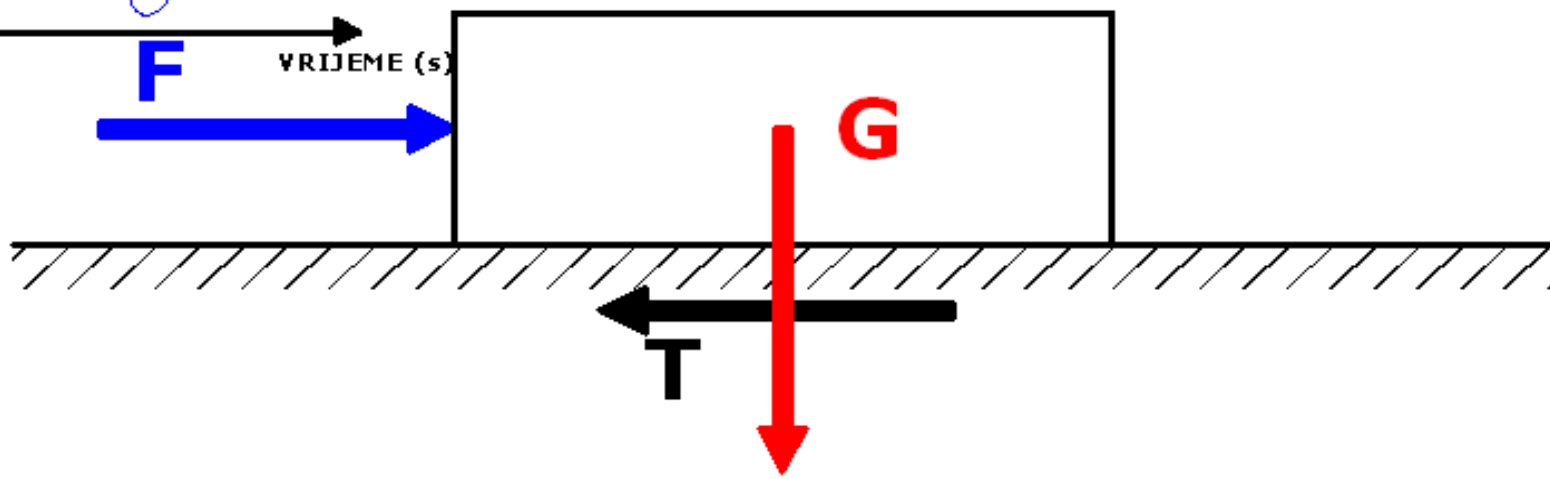
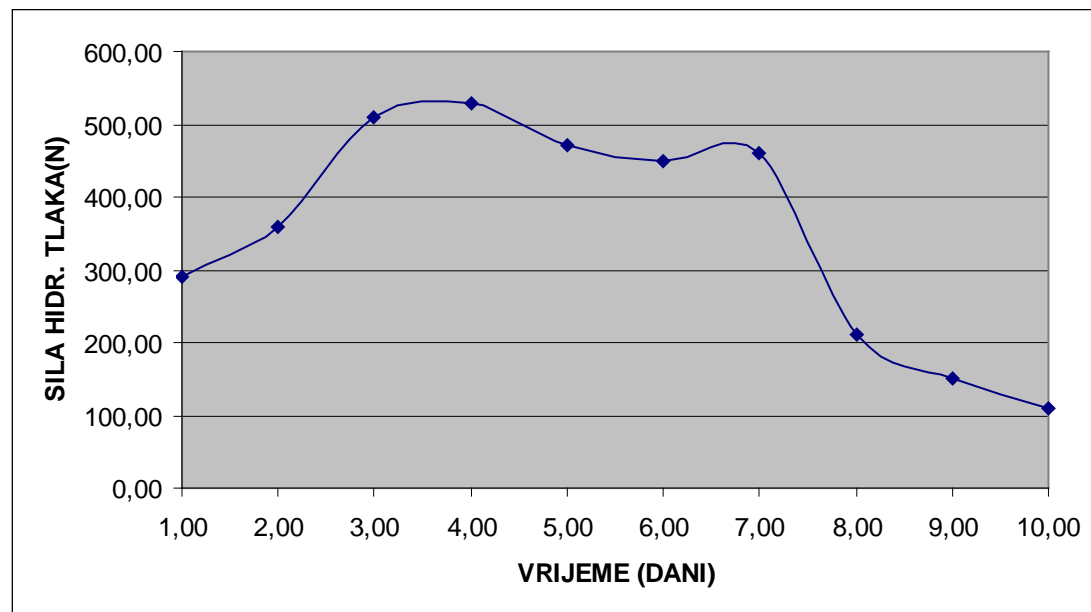
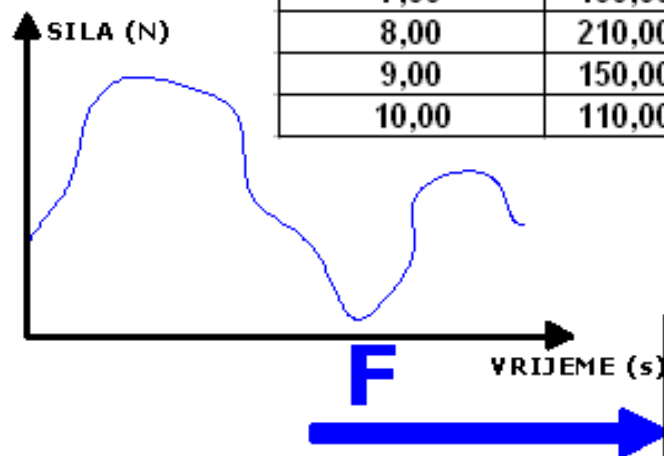


2. ZADATAK:

Potrebno je definirati vjerojatnost pouzdanosti i rizika objekta na slici, ako je sila trenja na dodirnoj plohi $T = 500 \text{ N}$. Sila F je slučajnog karaktera sa iznosima u tablici.

Koristiti oblik funkcije izvođenja $W = R - L$

VRIJEME (dan)	F(N)
1,00	290,00
2,00	360,00
3,00	510,00
4,00	530,00
5,00	470,00
6,00	450,00
7,00	460,00
8,00	210,00
9,00	150,00
10,00	110,00



- **Najprije je potrebno definirati oblik funkcije izvođenja i definirati što je R a što L**

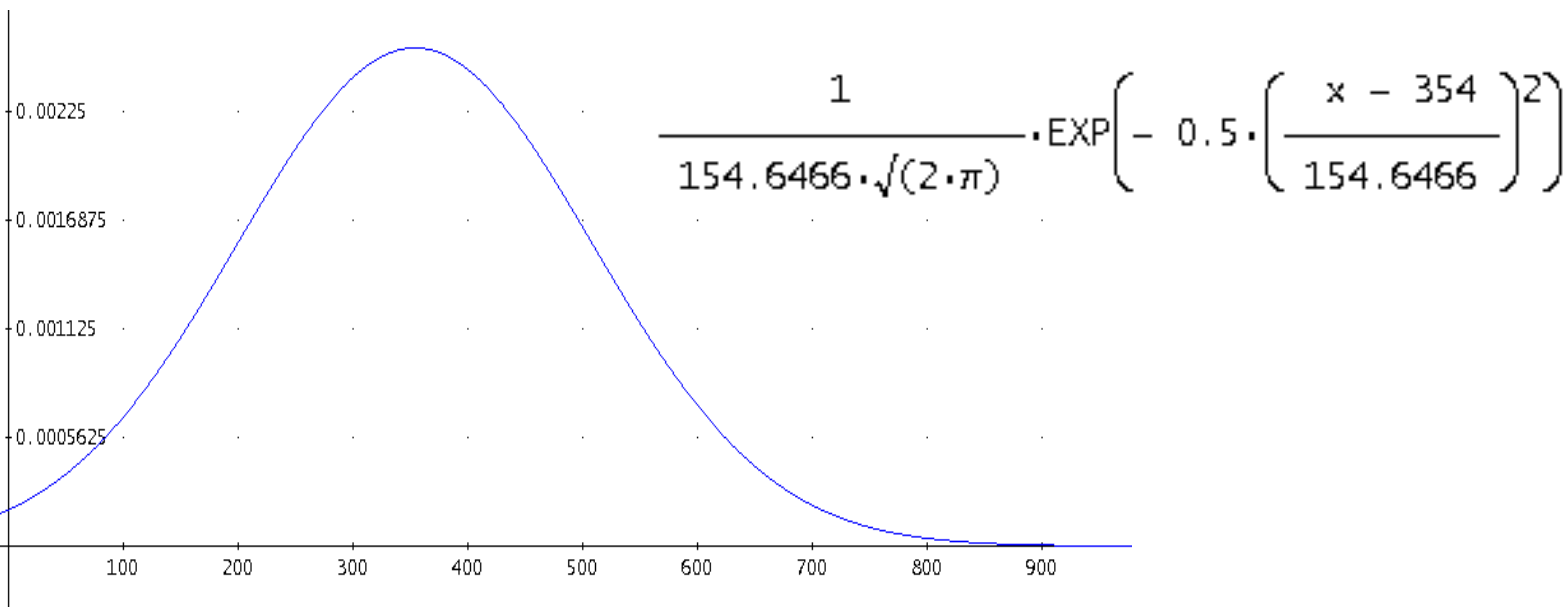
$$W = R - L$$

- **R je deterministička vrijednost koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran → vrijednost sile hidrostatskog tlaka na koju je objekt dimenzioniran je 500 N, to je ono što objekt može podnijeti**
- **L je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije i opisana je Normalnom raspodjelom. Promatrano vrijeme eksploatacije u zadatku je 10 dana,**

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} = \frac{290 + 360 + 510 + 530 + 470 + 450 + 460 + 210 + 150 + 110}{10} = 354(N)$$

$$Var(F) = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2}{n-1} = \frac{(290-354)^2 + (360-354)^2 + (510-354)^2 + (530-354)^2 + \dots}{10-1} = 23915,56(N)$$

$$Stdev(F) = \sqrt{Var(F)} = \sqrt{23915,56(N)} = 154,646(N)$$

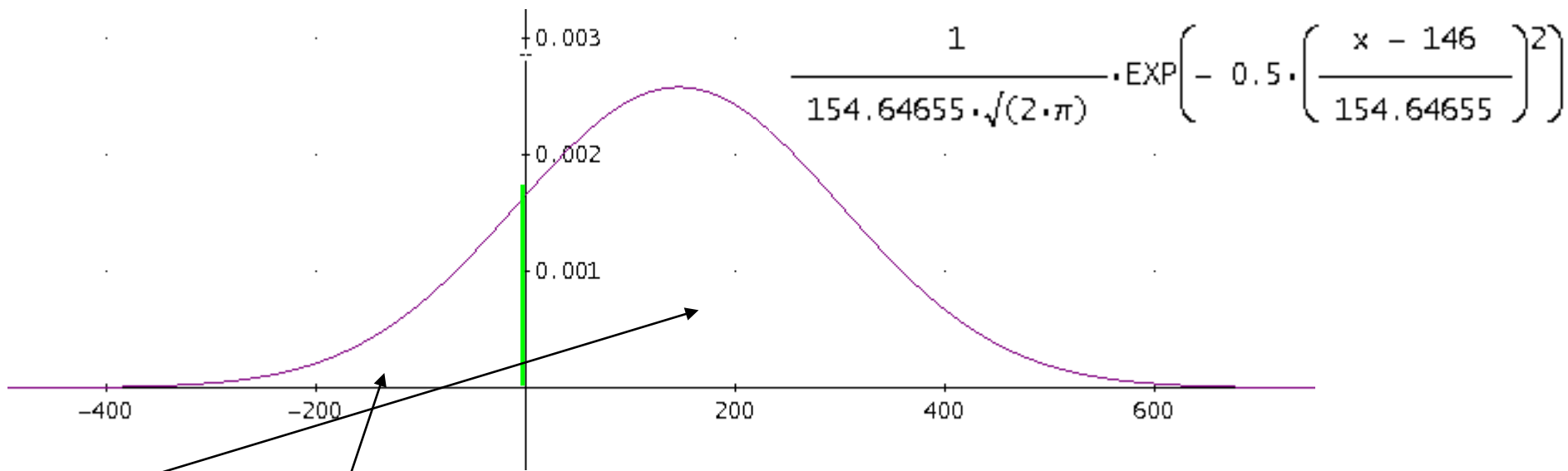


• **Kako je već rečeno, ako od sile trenja, kao determinističke vrijednost oduzmemo 10 slučajnih vrijednosti sile F dobije se također 10 slučajnih vrijednosti funkcije izvođenja. Podsjetimo, fukncija izvođenja je oblika**

F (N)	T (N)	W
290,00	500,00	210,00
360,00	500,00	140,00
510,00	500,00	-10,00
530,00	500,00	-30,00
470,00	500,00	30,00
450,00	500,00	50,00
460,00	500,00	40,00
210,00	500,00	290,00
150,00	500,00	350,00
110,00	500,00	390,00
Srednja vrijednost		146,00000
Standardna devijacija		154,64665

$$W = R - L$$

• **Ako se od konstantne vrijednosti T oduzme 10 slučajnih vrijednosti F koja se ravna po normalnoj raspodijeli, tada se novonastala varijabla W također ravna po normalnoj raspodijeli.**



- **Pouzdanost objekta je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost veću ili jednaku nula (0). To je vrijednost površine ispod Gaussove krivulje desno od zelene linije koja predstavlja graničnu vrijednost nula (0)**
- **Rizik objekta je komplement pouzdanosti objekta, dakle to je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost manju od nula (0). To je vrijednost površine ispod Gauss-ove krivulje lijevo od zelene linije.**
- **navedene vrijednosti očitavaju se iz priložene tablice koja predstavlja standardnu normalnu raspodijelu**
- **da bi se priložena tablica mogla koristiti treba izvršiti transformaciju Normalne raspodijele funkcije izvođenja na standardnu normalnu raspodijelu**

Vjerojatnost pouzdanosti je:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{154.64655 \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot \text{EXP}\left[-0.5 \cdot \left(\frac{x - 146}{154.64655}\right)^2\right] dx \quad *100 = 82.74\%$$

**Ili iz tablice : - najprije izvršiti transformaciju na standardnu normalnu raspodijelu, granična vrijednost funkcije izvođenja ovdje će biti -0.94 →
ps = 82.64 % (razlika se javila zbog mogućnosti očitavanja samo dviju decimala u tablici.**

**Rizik ili vjerojatnost otkazivanja je komplement vjerojatnosti pouzdanost:
pf = 100% - ps = 17.36%.**

