

## VJEŽBE 12

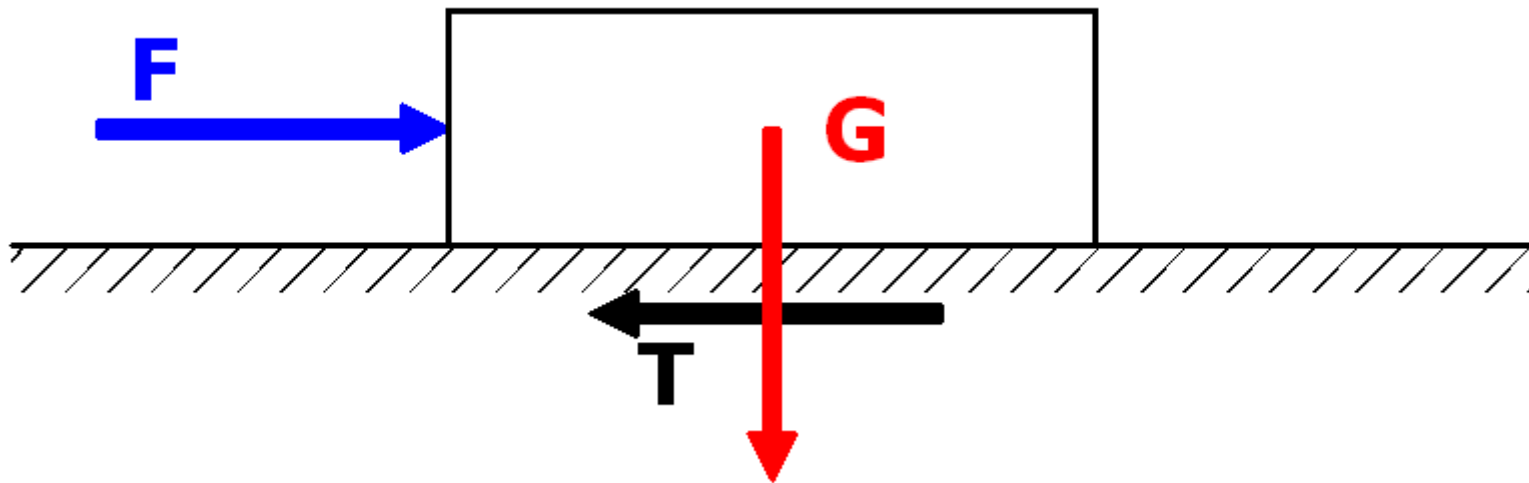
# Primjena teorije pouzdanosti u projektiranju hidrotehničkih objekta

## I. dio

Split, 06. lipnja 2012



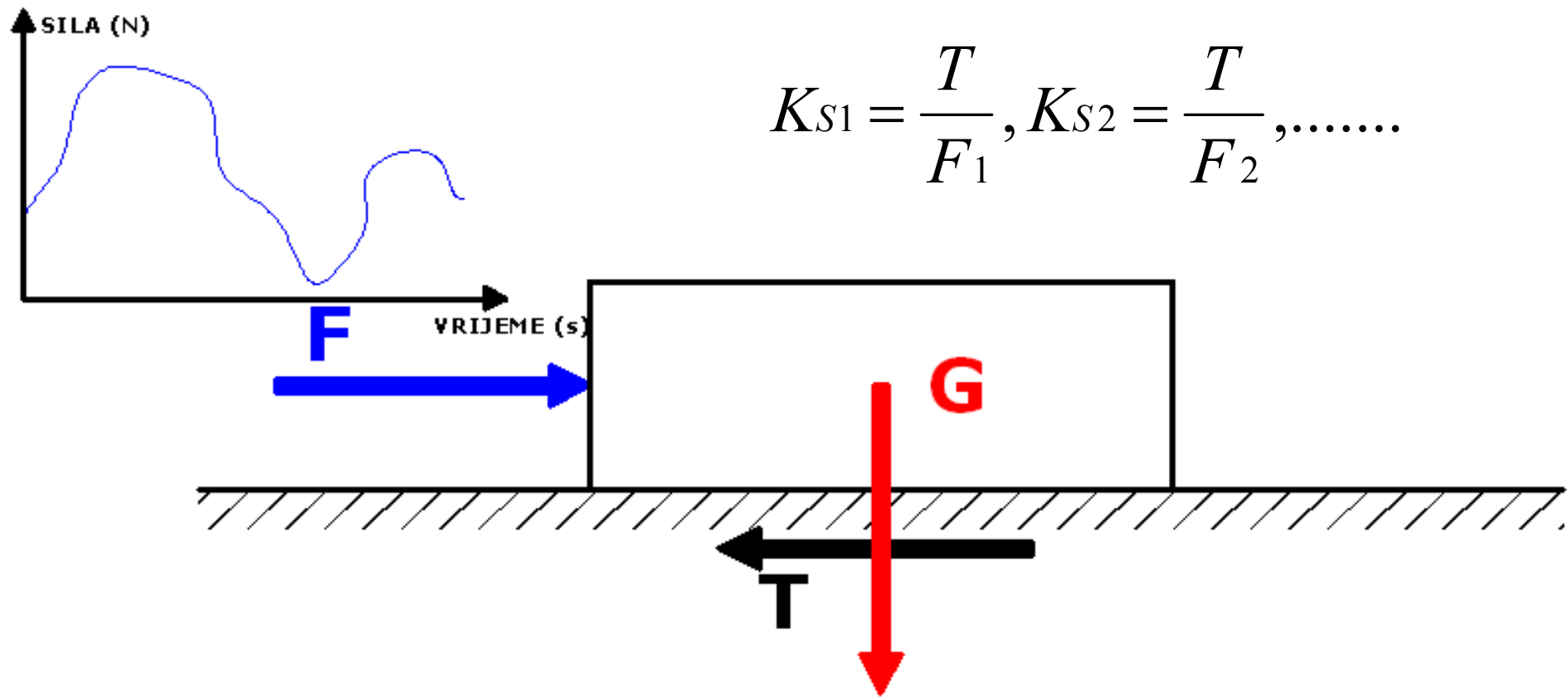
- Na slici je prikazan slučaj kada sila  $F$  - konstantnog iznosa u nekom vremenu, djeluje na pravokutno tijelo kako je prikazano na slici i nastoji ga pokrenuti, tj. premjestiti u neki drugi položaj
- Sila trenja  $T$  - sprječava pomicanje tijela i njegovo premještanje iz početnog položaja u neki drugi položaj
- Ako se početni položaj tijela na slici proglašiti “povoljnim” → bilo koji drugi položaj različit od početnog neka je “nepovoljan”



- ako su poznati iznosi sile  $F$  i sile trenja  $T$  ( $T=G*\mu$ ) tada se lako definira koeficijent sigurnosti na klizanje prikazanog tijela:

$$K_s = \frac{T}{F}$$

- **Kako interpretirati dobiveni koeficijent sigurnosti????**
  - **Što znači ako je dobiveni koeficijent sigurnosti na klizanje 0,8 ili 0,3 ??**
  - **Znači da je u oba slučaja sila  $F$  iznosom veća od sile trenja  $T \rightarrow$  tijelo iz “pozitivnog” položaja prelazi u “negativan” ili neželjen položaj  $\rightarrow$  narušena je stabilnost**
  - **Što znači ako je dobiveni koeficijent sigurnosti na klizanje 1,2 ili 10 ??**
  - **Znači da je u oba slučaja sila  $F$  iznosom manja od sile trenja  $T \rightarrow$  tijelo iz “pozitivnog” položaja NE prelazi u “negativan” ili neželjen položaj  $\rightarrow$  stabilnost nije narušena**
- 
- **Kako ovo primijeniti na hidrotehničke objekte?**
  - **uzmimo za primjer branu: neka je  $F$  horizontalna komponenta hidrostatskog tlaka sa uzvodne strane, a  $T$  sila trenja na dodirnoj plohi brane sa tlom**
  - **s obzirom da je hidrostatski tlak funkcija razine vode s uzvodne strane, a ista nije konstantna u vremenu, zaključuje se da sila  $F$  nije DETERMINISTIČKA vrijednost već STATISTIČKA**
  - **Dakle, sila hidrostatskog tlaka s uzvodne strane je slučajna varijabla koja uzima različite vrijednosti u vremenu kao što je prikazano na idućoj slici**

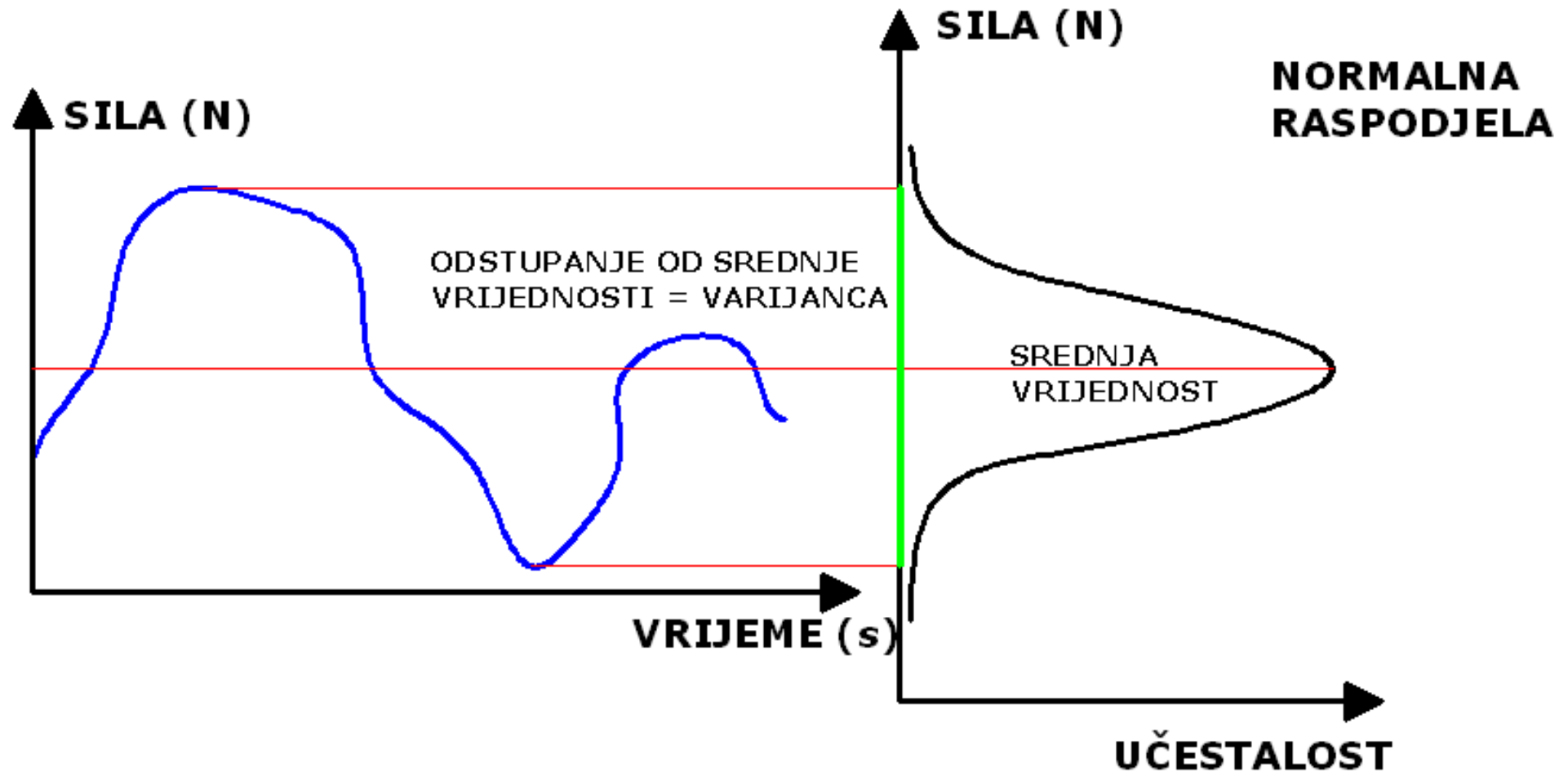


$$K_{S1} = \frac{T}{F_1}, K_{S2} = \frac{T}{F_2}, \dots$$

- Sada za svaki vremenski trenutak možemo izračunati koeficijent sigurnosti tijela na slici (brane) na klizanje → puno vremenskih trenutaka → puno koeficijenata sigurnosti → puno vremena → koji od dobivenih koeficijenata usvojiti kao mjerodavni???
- Ako sila hidrostatskog tlaka  $F$  u samo jednom trenutku premaši iznosom silu trenja  $T$  na temeljnoj plohi, doći će do klizanja brane i narušavanja globalne stabilnosti brane → objekt nije dobro dimenzioniran

- Već smo zaključili da je sila  $F$  slučajna varijabla, dakle u vremenu je promjenjiva i uzima vrijednosti kako je prikazano na prethodnoj slici
- Slučajna varijabla definirana je statističkom raspodjelom (koristimo Normalnu ili Gauss-ovu raspodijelu)
- Ako izraz za koeficijent sigurnosti napišemo u obliku:

$$K_S = \frac{T}{F}$$



- Sila trenja  $T$  (u brojniku) će uvijek biti konstantna jer ovisi o koeficijentu trenja i težini objekta koji su konstantne vrijednosti u odnosu na silu  $F$
- Silu  $T$  iz brojnika podijelimo sa svim slučajnim vrijednostima sile  $F$  (ako odaberemo  $n$  trenutaka tada ćemo imati  $n$  sila  $F$  različitog iznosa)
- slijedi da ćemo dobiti  $n$  vrijednosti koeficijenata sigurnosti → i koeficijent sigurnosti postaje slučajna varijabla jer je funkcija slučajne varijable  $F$

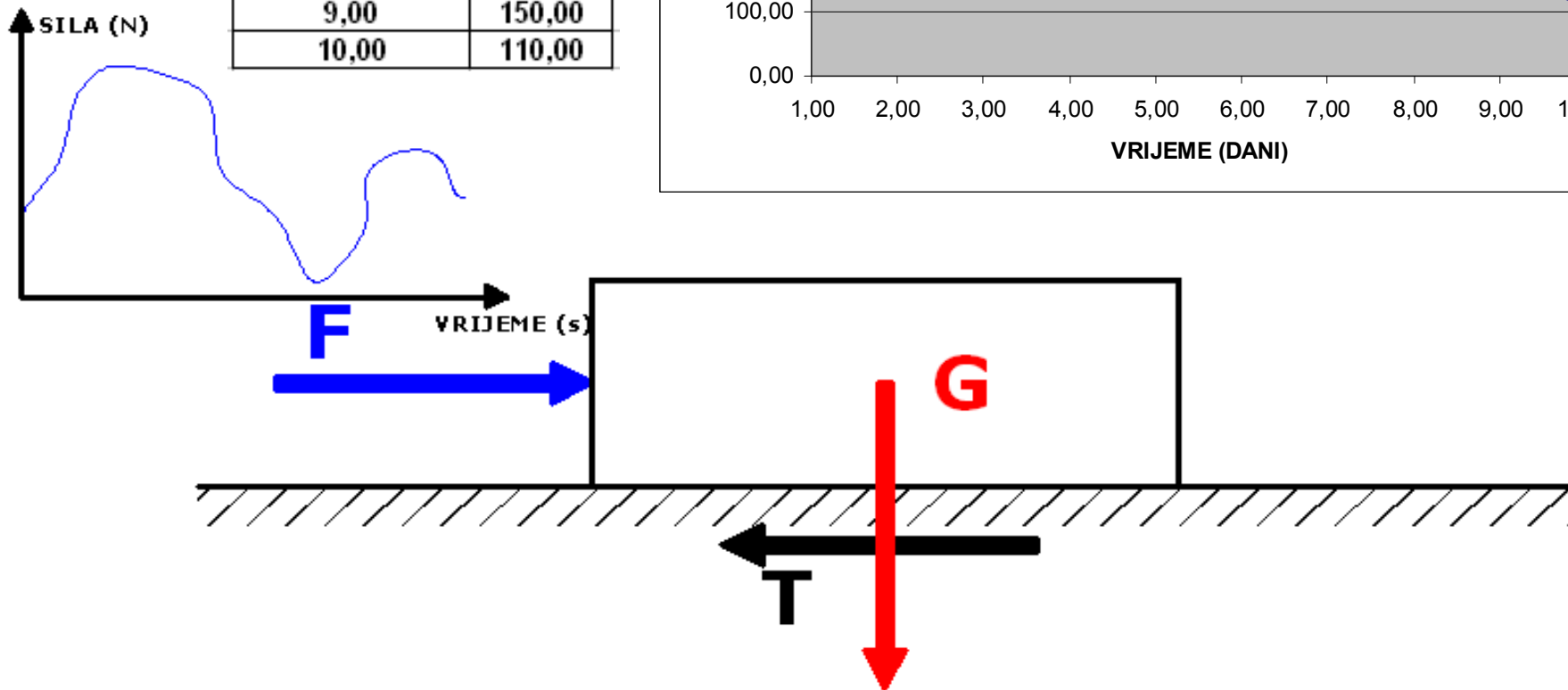
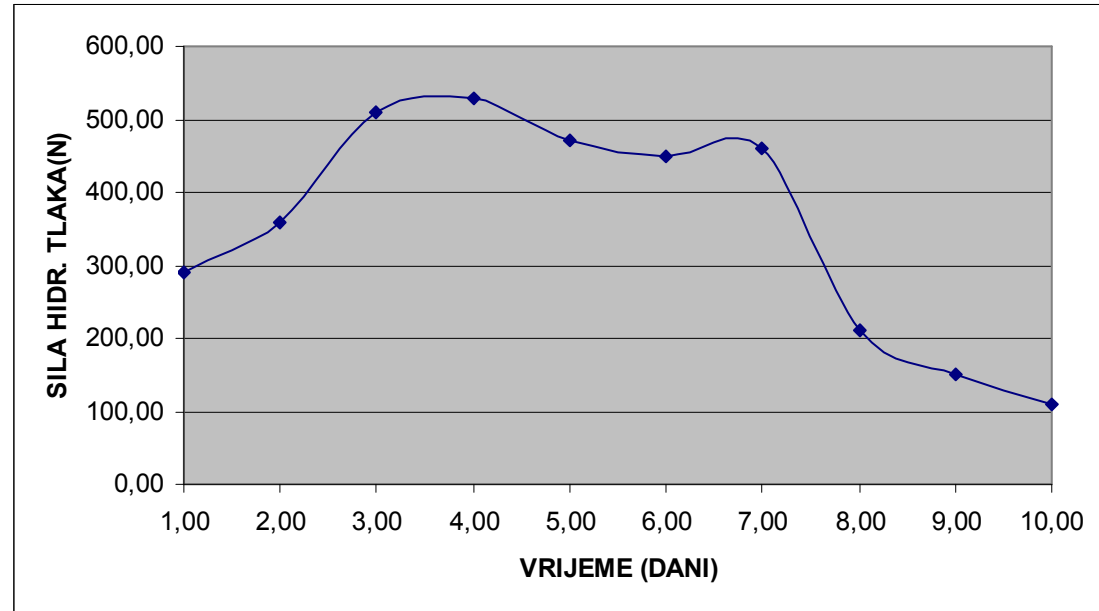
$$W = \frac{R}{L}$$

- $W$  je funkcija izvođenja
- $R$  je slučajna varijabla koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran
- $L$  je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije

# 1. ZADATAK:

Potrebno je definirati vjerojatnost pouzdanosti i rizika objekta na slici, ako je sila trenja na dodirnoj plohi  $T = 500 \text{ N}$ . Sila  $F$  je slučajnog karaktera sa iznosima u tablici.

| VRIJEME (dan) | F(N)   |
|---------------|--------|
| 1,00          | 290,00 |
| 2,00          | 360,00 |
| 3,00          | 510,00 |
| 4,00          | 530,00 |
| 5,00          | 470,00 |
| 6,00          | 450,00 |
| 7,00          | 460,00 |
| 8,00          | 210,00 |
| 9,00          | 150,00 |
| 10,00         | 110,00 |



- **Najprije je potrebno definirati oblik funkcije izvođenja i definirati što je R a što L**

$$W = \frac{R}{L}$$

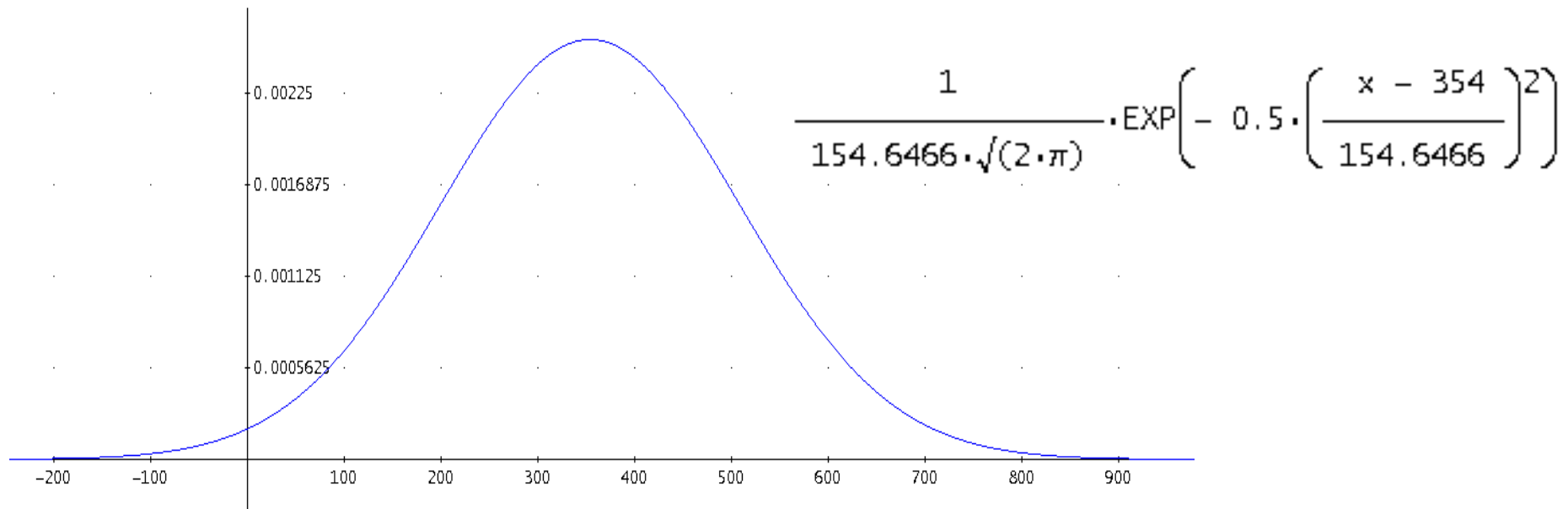
- **R je deterministička vrijednost koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran → vrijednost sile hidrostatskog tlaka na koju je objekt dimenzioniran je 500 N, to je ono što objekt može podnijeti**
- **L je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije i opisana je Normalnom raspodjelom. Promatrano vrijeme eksploatacije u zadatku je 10 dana,**

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} = \frac{290 + 360 + 510 + 530 + 470 + 450 + 460 + 210 + 150 + 110}{10} = 354(N)$$

$$Var(F) = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2}{n-1} = \frac{(290-354)^2 + (360-354)^2 + (510-354)^2 + (530-354)^2 + \dots}{10-1} = 23915,56(N)$$

$$Stdev(F) = \sqrt{Var(F)} = \sqrt{23915,56(N)} = 154,646(N)$$



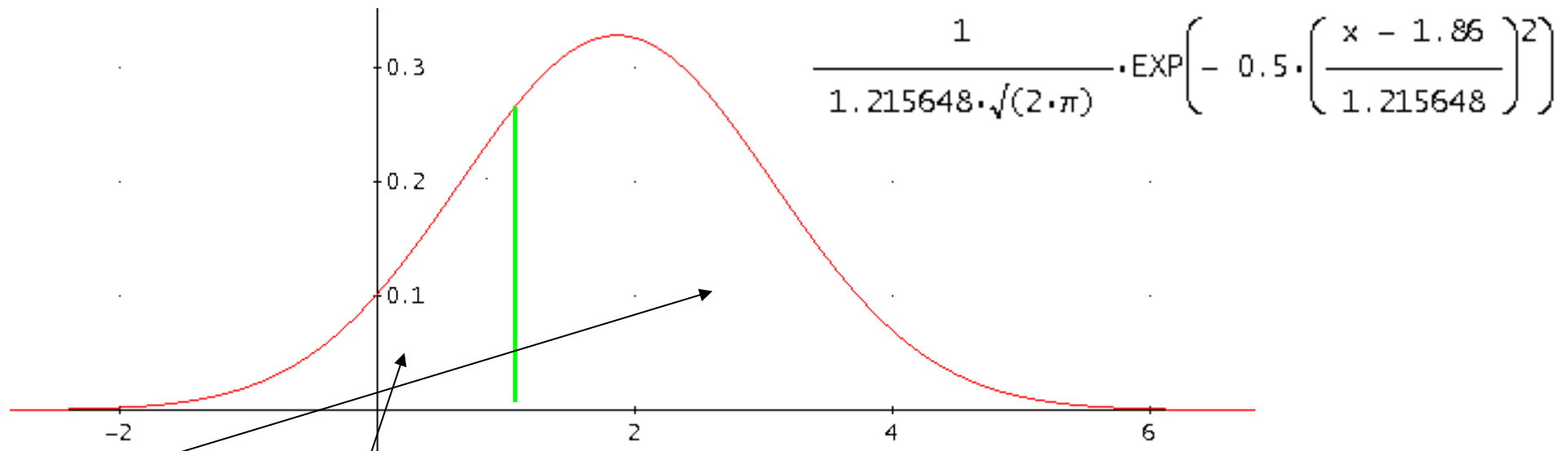


- **Kako je već rečeno, ako silu trenja, kao determinističku vrijednost podijelimo sa 10 slučajnih vrijednosti sile F dobije se također 10 slučajnih vrijednosti funkcije izvođenja. Podsjetimo, fukncija izvođenja je oblika**

| F (N)                 | T (N)  | W        |
|-----------------------|--------|----------|
| 290,00                | 500,00 | 1,72     |
| 360,00                | 500,00 | 1,39     |
| 510,00                | 500,00 | 0,98     |
| 530,00                | 500,00 | 0,94     |
| 470,00                | 500,00 | 1,06     |
| 450,00                | 500,00 | 1,11     |
| 460,00                | 500,00 | 1,09     |
| 210,00                | 500,00 | 2,38     |
| 150,00                | 500,00 | 3,33     |
| 110,00                | 500,00 | 4,55     |
| Srednja vrijednost    |        | 1,86     |
| Standardna devijacija |        | 1,215648 |

$$W = \frac{R}{L}$$

- **Ako se konstantna vrijednost T podijeli sa slučajnom vrijednošću F koja se ravna po normalnoj raspodijeli, tada se novonastala varijabla W također ravna po normalnoj raspodijeli.**



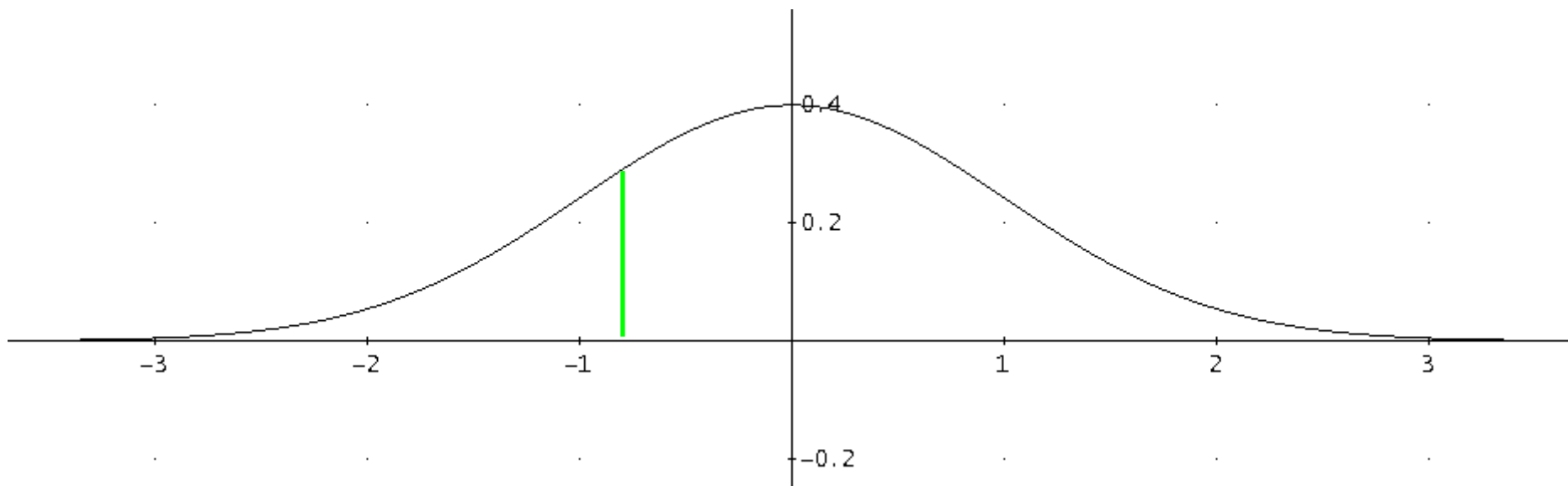
- **Pouzdanost objekta je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost veću ili jednaku jedan (1). To je vrijednost površine ispod Gaussove krivulje desno od zelene linije koja predstavlja graničnu vrijednost jedan (1)**
- **Rizik objekta je komplement pouzdanosti objekta, dakle to je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost manju od jedan (1). To je vrijednost površine ispod Gauss-ove krivulje lijevo od zelene linije.**
- **navedene vrijednosti očitavaju se iz priložene tablice koja predstavlja standardnu normalnu raspodijelu**
- **da bi se priložena tablica mogla koristiti treba izvršiti transformaciju Normalne raspodijele funkcije izvođenja na standardnu normalnu raspodijelu**

**Vjerojatnost pouzdanosti je:**

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{1.215648 \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot \text{EXP} \left[ -0.5 \cdot \left( \frac{x - 1.86}{1.215648} \right)^2 \right] dx \quad *100 = 75.92\%$$

**Ili iz tablice : - najprije izvršiti transformaciju na standardnu normalnu raspodjelu, granična vrijednost funkcije izvođenja ovdje će biti -0.704. → ps = 75.80 % (razlika se javila zbog mogućnosti očitavanja samo dviju decimala u tablici.**

**Rizik ili vjerojatnost otkazivanja je komplement vjerojatnosti pouzdanost:  
pf = 100% - ps = 24.20%.**



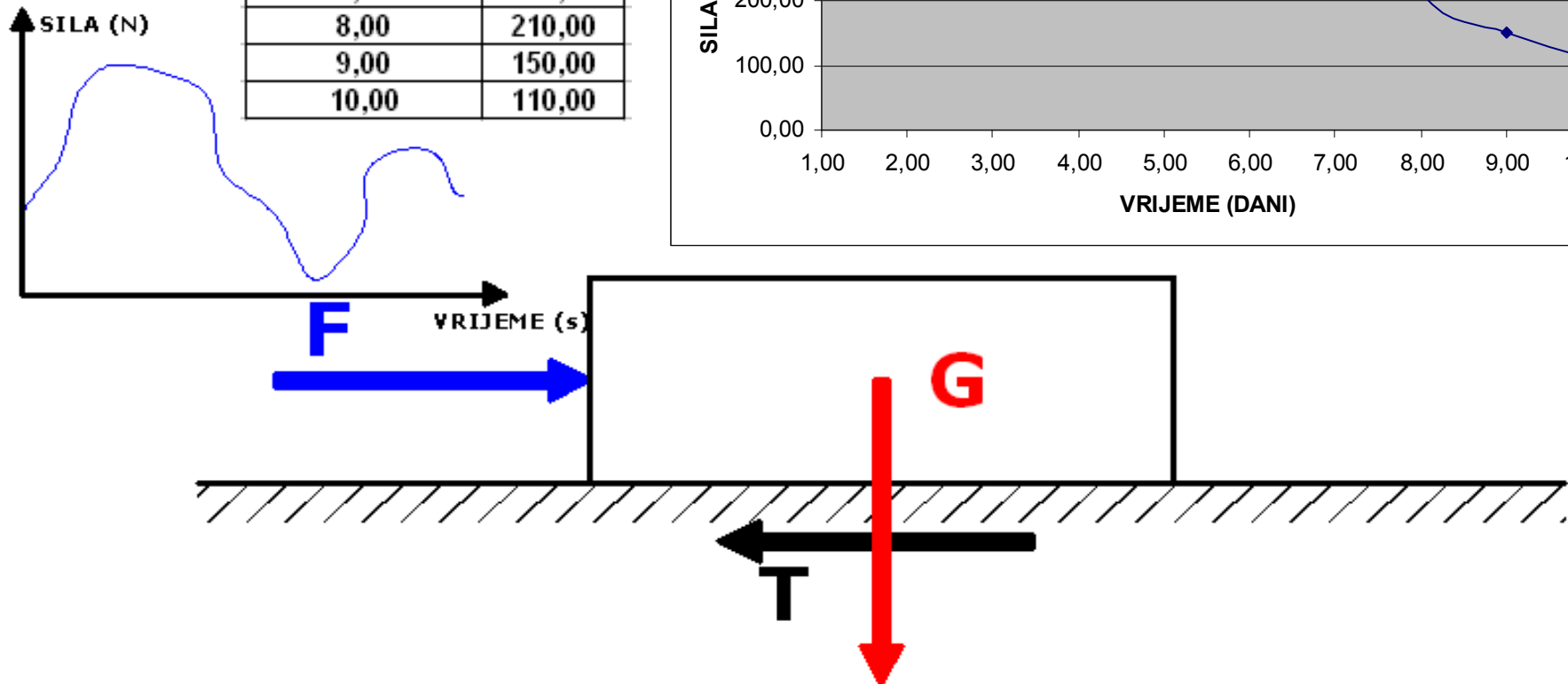
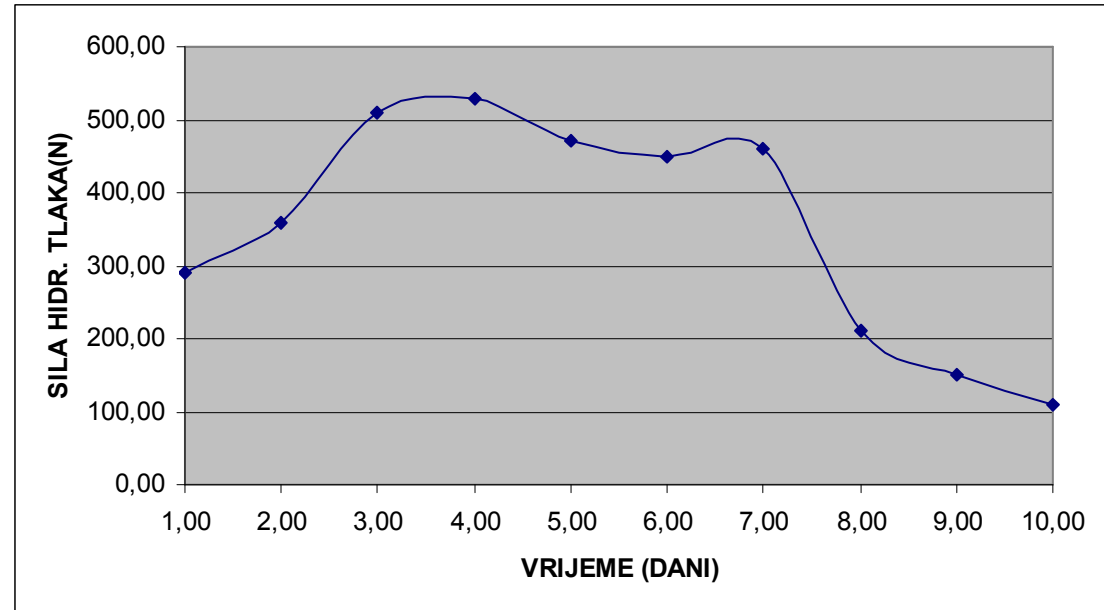


## 2. ZADATAK:

Potrebno je definirati vjerojatnost pouzdanosti i rizika objekta na slici, ako je sila trenja na dodirnoj plohi  $T = 500 \text{ N}$ . Sila  $F$  je slučajnog karaktera sa iznosima u tablici.

Koristiti oblik funkcije izvođenja  $W = R - L$

| VRIJEME (dan) | F(N)   |
|---------------|--------|
| 1,00          | 290,00 |
| 2,00          | 360,00 |
| 3,00          | 510,00 |
| 4,00          | 530,00 |
| 5,00          | 470,00 |
| 6,00          | 450,00 |
| 7,00          | 460,00 |
| 8,00          | 210,00 |
| 9,00          | 150,00 |
| 10,00         | 110,00 |



- **Najprije je potrebno definirati oblik funkcije izvođenja i definirati što je R a što L**

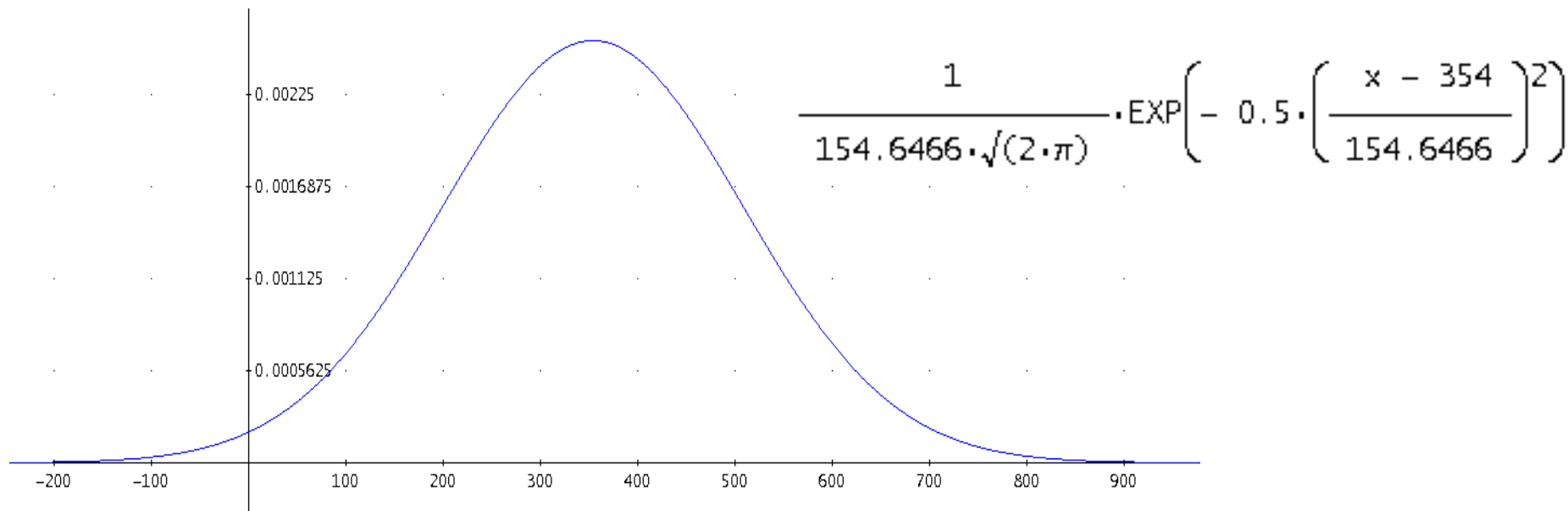
$$W = R - L$$

- **R je deterministička vrijednost koja predstavlja otpor objekta, opterećenje koje objekt može podnijeti, na koje je dimenzioniran → vrijednost sile hidrostatskog tlaka na koju je objekt dimenzioniran je 500 N, to je ono što objekt može podnijeti**
- **L je slučajna varijabla koja predstavlja opterećenje promatranog objekta u vijeku eksploatacije i opisana je Normalnom raspodjelom. Promatrano vrijeme eksploatacije u zadatku je 10 dana,**

$$\bar{F} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n} = \frac{290 + 360 + 510 + 530 + 470 + 450 + 460 + 210 + 150 + 110}{10} = 354(N)$$

$$Var(F) = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2}{n-1} = \frac{(290-354)^2 + (360-354)^2 + (510-354)^2 + (530-354)^2 + \dots}{10-1} = 23915,56(N)$$

$$Stdev(F) = \sqrt{Var(F)} = \sqrt{23915,56(N)} = 154,646(N)$$

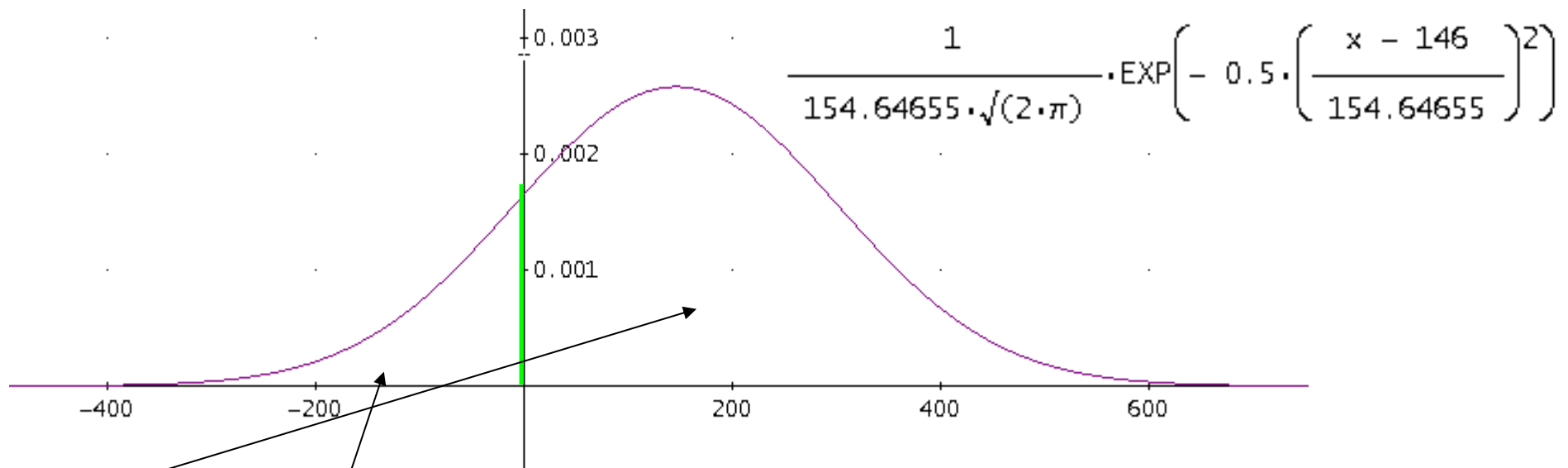


- **Kako je već rečeno, ako od sile trenja, kao determinističke vrijednost oduzmemo 10 slučajnih vrijednosti sile F dobije se također 10 slučajnih vrijednosti funkcije izvođenja. Podsjetimo, funkcija izvođenja je oblika**

| F (N)                 | T (N)  | W         |
|-----------------------|--------|-----------|
| 290,00                | 500,00 | 210,00    |
| 360,00                | 500,00 | 140,00    |
| 510,00                | 500,00 | -10,00    |
| 530,00                | 500,00 | -30,00    |
| 470,00                | 500,00 | 30,00     |
| 450,00                | 500,00 | 50,00     |
| 460,00                | 500,00 | 40,00     |
| 210,00                | 500,00 | 290,00    |
| 150,00                | 500,00 | 350,00    |
| 110,00                | 500,00 | 390,00    |
| Srednja vrijednost    |        | 146,00000 |
| Standardna devijacija |        | 154,64655 |

$$W = R - L$$

- **Ako se od konstantne vrijednosti T oduzme 10 slučajnih vrijednosti F koja se ravna po normalnoj raspodijeli, tada se novonastala varijabla W također ravna po normalnoj raspodijeli.**



- **Pouzdanost objekta je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost veću ili jednaku nula (0). To je vrijednost površine ispod Gaussove krivulje desno od zelene linije koja predstavlja graničnu vrijednost nula (0)**
- **Rizik objekta je komplement pouzdanosti objekta, dakle to je vjerojatnost događaja da slučajna varijabla W uzme vrijednost manju od nula (0). To je vrijednost površine ispod Gauss-ove krivulje lijevo od zelene linije.**
- **navedene vrijednosti očitavaju se iz priložene tablice koja predstavlja standardnu normalnu raspodijelu**
- **da bi se priložena tablica mogla koristiti treba izvršiti transformaciju Normalne raspodijele funkcije izvođenja na standardnu normalnu raspodijelu**



**Vjerojatnost pouzdanosti je:**

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{154.64655 \cdot \sqrt{(2 \cdot \pi)}} \cdot \text{EXP}\left[-0.5 \cdot \left(\frac{x - 146}{154.64655}\right)^2\right] dx \quad *100 = 82.74\%$$

**Ili iz tablice : - najprije izvršiti transformaciju na standardnu normalnu raspodjelu, granična vrijednost funkcije izvođenja ovdje će biti -0.94 → ps = 82.64 % (razlika se javila zbog mogućnosti očitavanja samo dviju decimala u tablici.**

**Rizik ili vjerojatnost otkazivanja je komplement vjerojatnosti pouzdanost:  
pf = 100% - ps = 17.36%.**

