Derivacija

Jelena Sedlar

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Definicija derivacije

Definicija derivacije

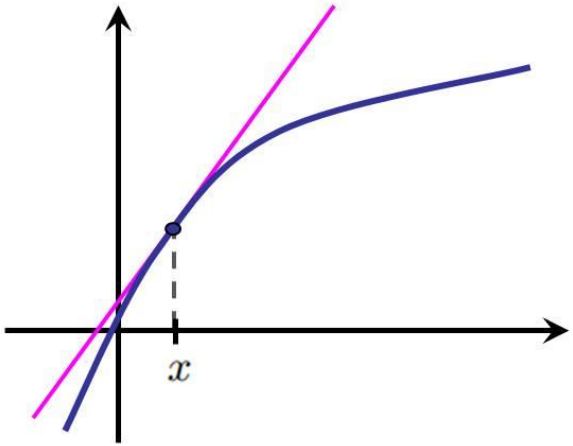
Geometrijska motivacija i značenje:

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?

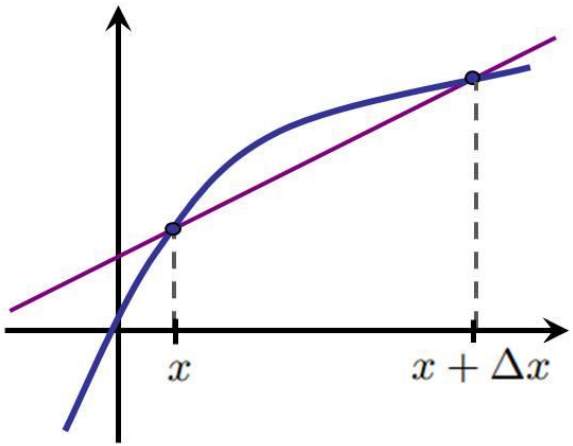
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



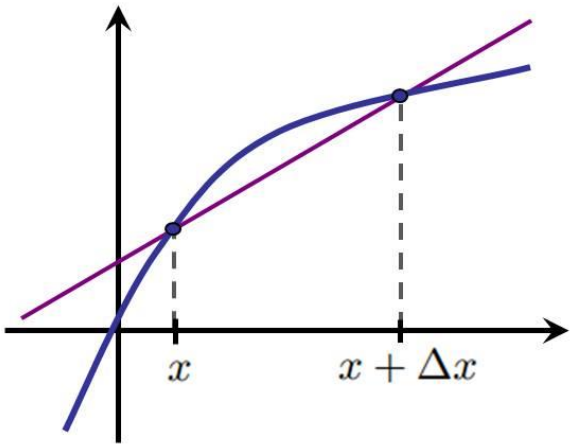
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



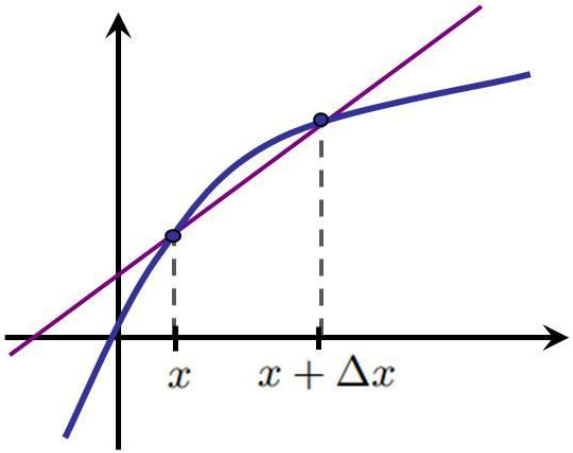
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



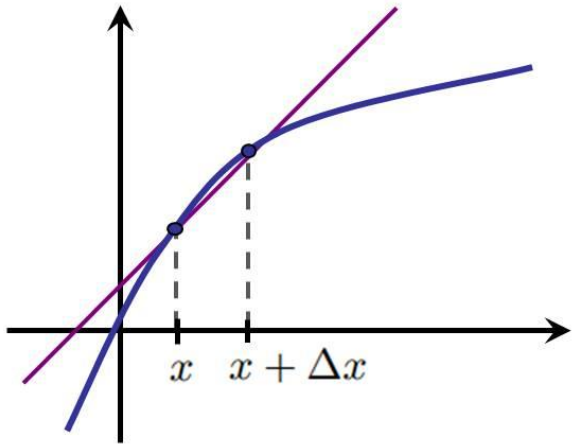
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



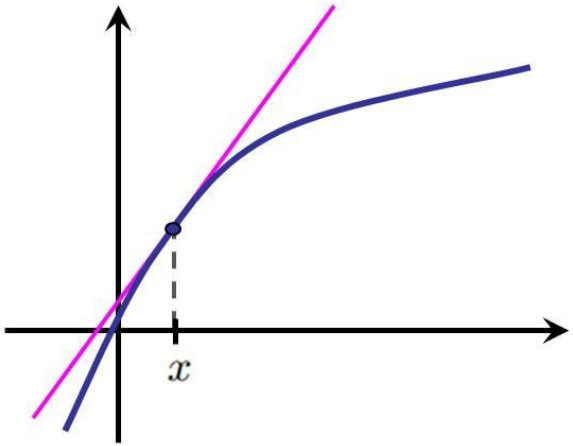
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



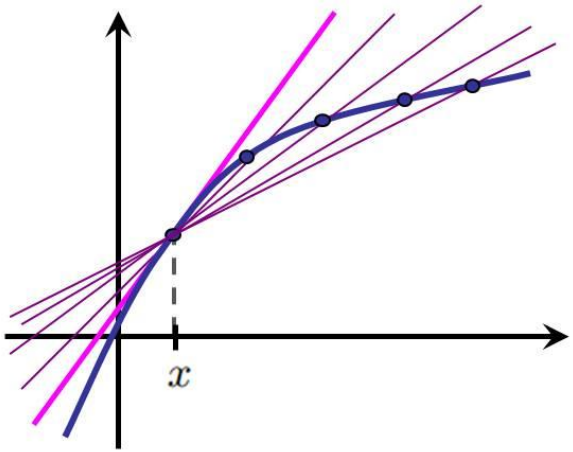
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



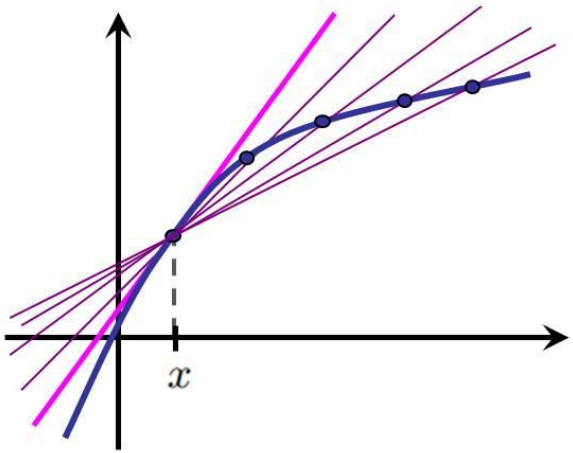
Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Definicija derivacije

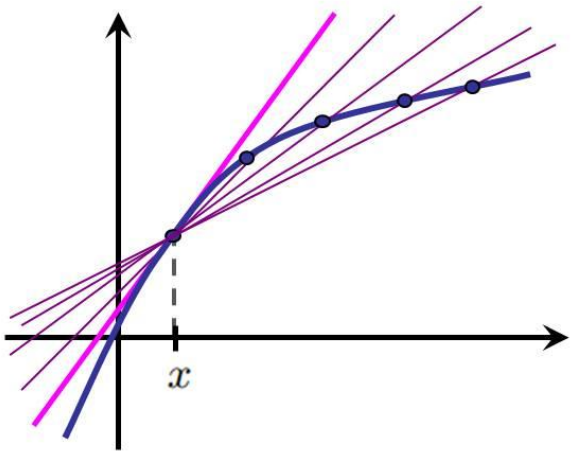
Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?

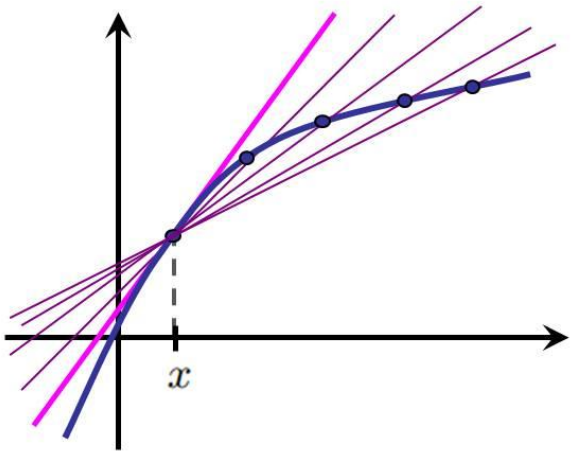


Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?

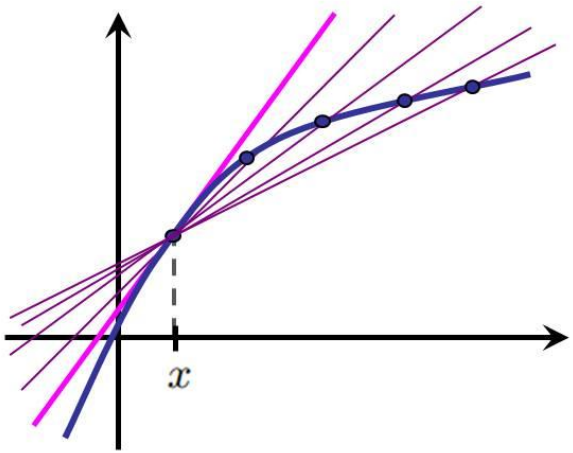


Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



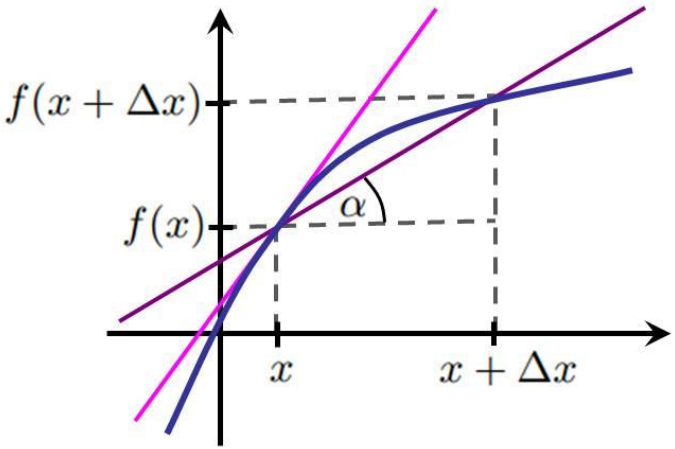
Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



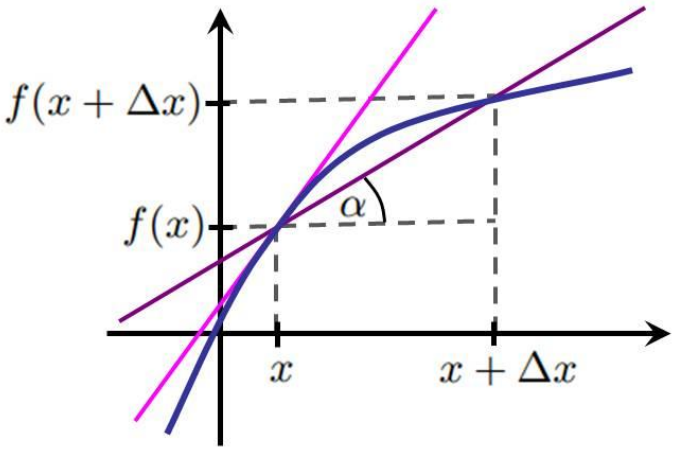
Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

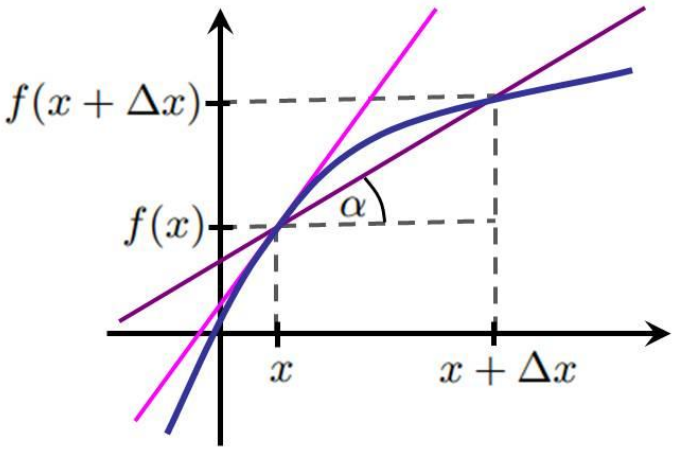
- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

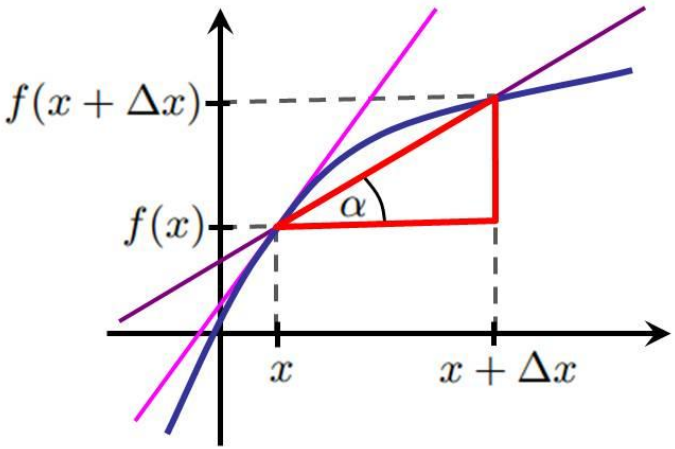
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$k_s =$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

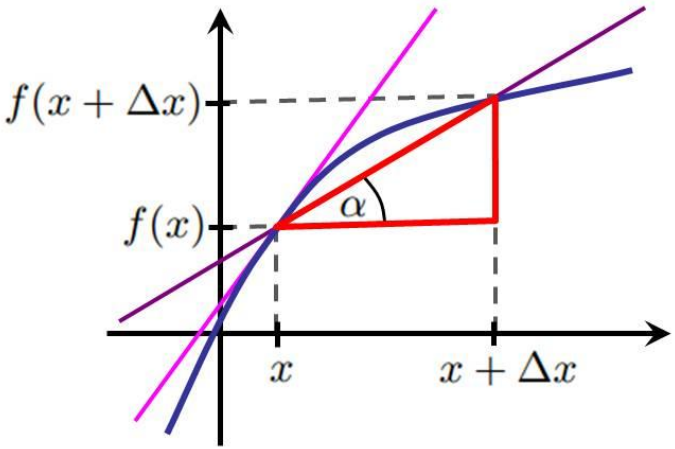
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$k_s =$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

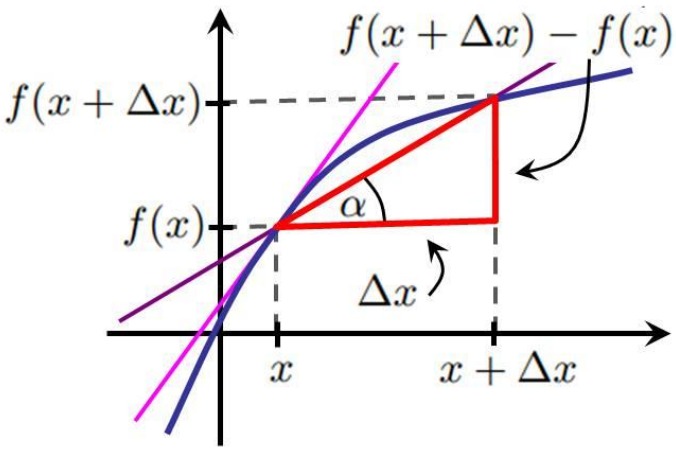
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$k_s = \operatorname{tg}\alpha =$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

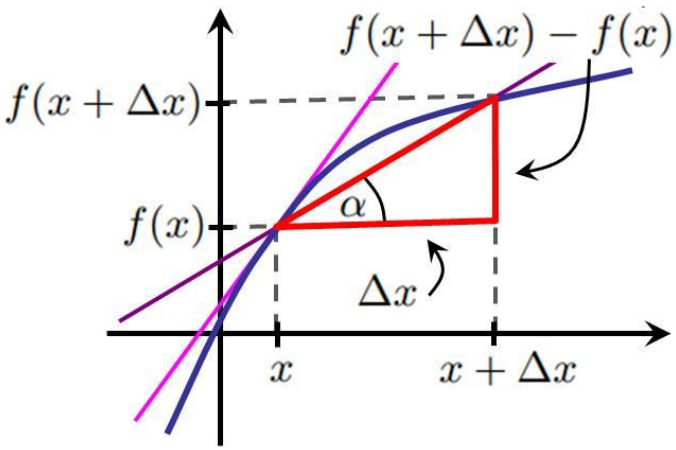
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$k_s = \operatorname{tg}\alpha =$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

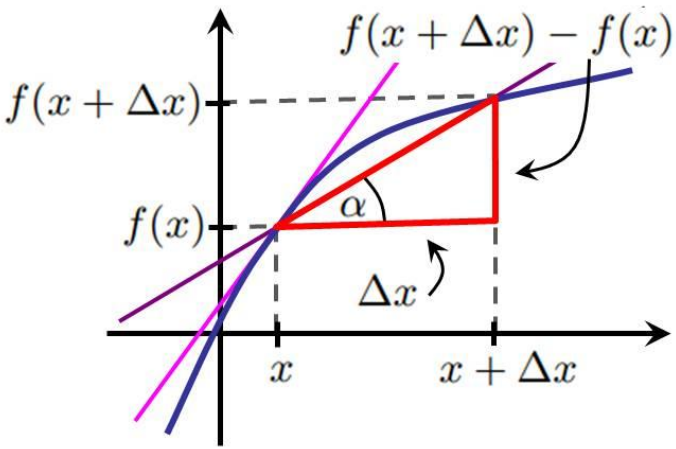
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

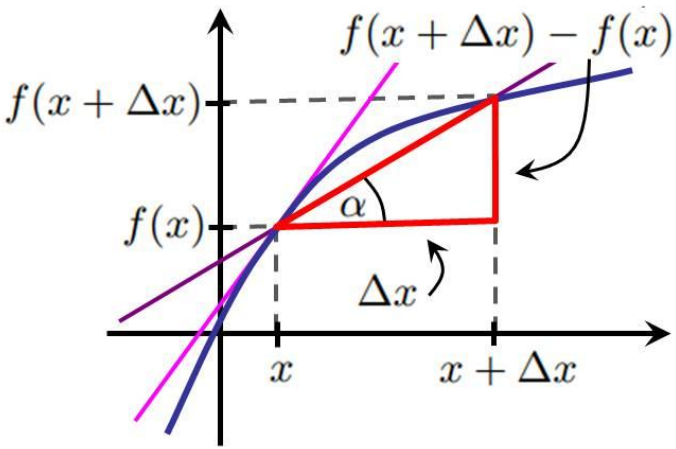
Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \text{koef. smjera sekante}$$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

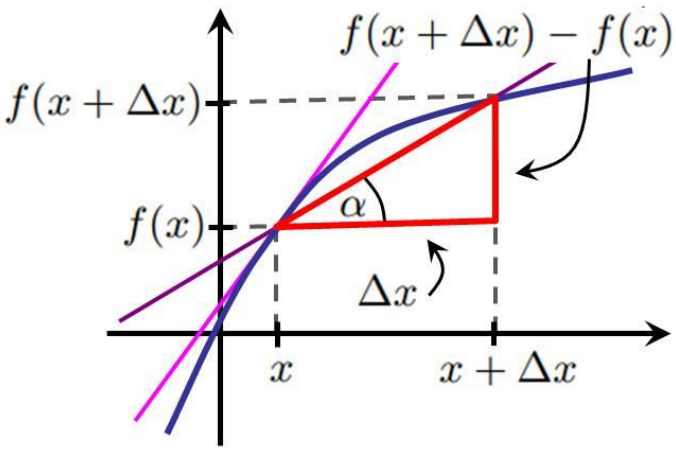
Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \text{koef. smjera sekante}$$

$$k_t = \lim_{\Delta x \to 0} k_s =$$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

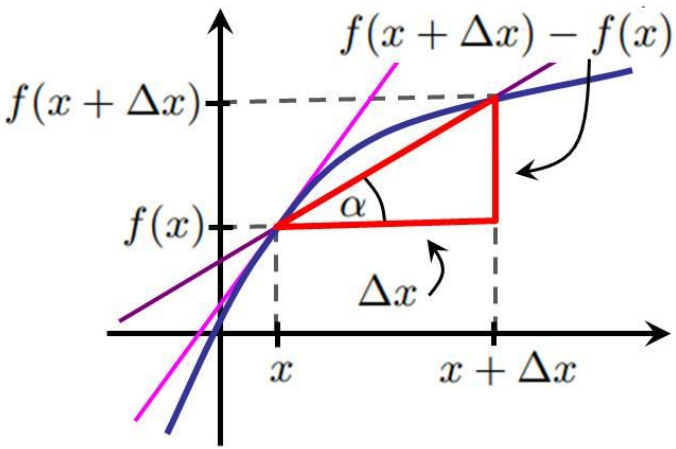
Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \quad \rightarrow \text{ koef. smjera sekante}$$

$$k_t = \lim_{\Delta x \to 0} k_s = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

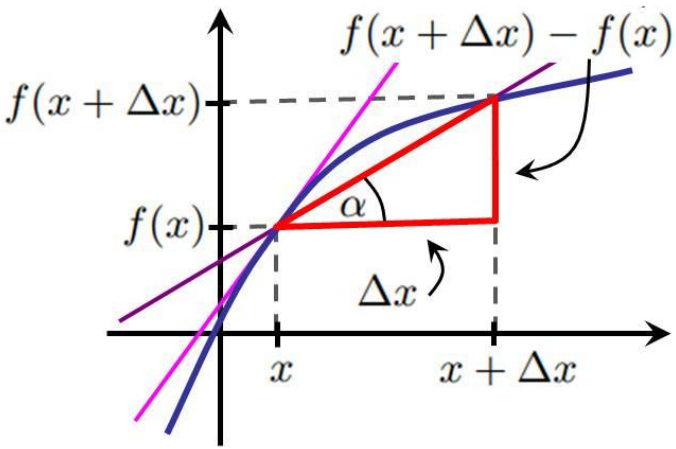
Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \quad \rightarrow \text{ koef. smjera sekante}$$

$$k_t = \lim_{\Delta x \to 0} k_s = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \overset{ozn}{=} f'(x)$$

Definicija derivacije

Geometrijska motivacija i značenje: Kako nastaje tangenta?



Uočimo da je:

- tangenta = limes sekanti,
- koef. smjera tangente = limes koef. smjera sekanti.

Kako to računski odrediti?

Vrijedi:

$$k_s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \quad \rightarrow \quad \text{koef. smjera sekante}$$

$$k_t = \lim_{\Delta x \to 0} k_s = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \overset{ozn}{=} f'(x) \quad \rightarrow \quad \text{koef. smjera tangente}$$

Definicija derivacije

Definicija.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija,

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija,

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $X' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f derivabilna.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $X' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f derivabilna. Funkciju $f' : X' \to \mathbb{R}$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $X' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f derivabilna. Funkciju $f' : X' \to \mathbb{R}$ koja svakoj točki $x \in X'$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $X' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f derivabilna. Funkciju $f' : X' \to \mathbb{R}$ koja svakoj točki $x \in X'$ pridružuje broj $f'(x)$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $X' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f derivabilna. Funkciju $f' : X' \to \mathbb{R}$ koja svakoj točki $x \in X'$ pridružuje broj $f'(x)$ nazivamo *derivacijom* funkcije f.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Uvodimo oznaku

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x),$$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Uvodimo oznaku

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x),$$

pa vrijedi:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Uvodimo oznaku

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x),$$

pa vrijedi:

- veličina $\Delta f(x)$ naziva se diferencija funkcije f u točki x,

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Uvodimo oznaku

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x),$$

pa vrijedi:

- veličina $\Delta f(x)$ naziva se diferencija funkcije f u točki x,
- veličina $\Delta f(x)$ geometrijski mjeri promjenu (prirast) funkcije f u točki x nakon pomaka Δx.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Obzirom na čestu oznaku

$$y = f(x),$$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Obzirom na čestu oznaku

$$y = f(x),$$

uvodimo i oznake

$$y' = f'(x),$$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Obzirom na čestu oznaku

$$y = f(x),$$

uvodimo i oznake

$$y' = f'(x), \ \Delta y = \Delta f(x)$$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Obzirom na čestu oznaku

$$y = f(x),$$

uvodimo i oznake

$$y' = f'(x), \ \Delta y = \Delta f(x)$$

za derivaciju

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$. Kažemo da je funkcija f *derivabilna* u točki $x \in X$ ako limes

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

postoji i konačan je. Taj limes označavamo s $f'(x)$ i nazivamo *derivacijom* funkcije f **u točki** x.

Obzirom na čestu oznaku

$$y = f(x),$$

uvodimo i oznake

$$y' = f'(x), \ \Delta y = \Delta f(x)$$

za derivaciju i diferenciju funkcije.

Definicija derivacije

Zadatak.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a)

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$(x^2)' \quad =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$(x^2)' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$(x^2)' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned}(x^2)' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \end{aligned}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned}(x^2)' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} =\end{aligned}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned}
(x^2)' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) =
\end{aligned}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned}
(x^2)' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x,
\end{aligned}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b)

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$(\sqrt{x})' \quad =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$(\sqrt{x})' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x + \Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$(\sqrt{x})' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$
\begin{aligned}
(\sqrt{x})' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \frac{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \\
\end{aligned}
$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$
\begin{aligned}
(\sqrt{x})' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \frac{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x+\Delta x - x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \\
\end{aligned}
$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$
\begin{aligned}
(\sqrt{x})' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \frac{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x+\Delta x - x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} =
\end{aligned}
$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi po definiciji derivaciju funkcija: a) $f(x) = x^2$, b) $f(x) = \sqrt{x}$.

Rješenje. b) Vrijedi

$$
\begin{aligned}
(\sqrt{x})' &= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x} \frac{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \\
&= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x+\Delta x - x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x})} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\sqrt{x+\Delta x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}.
\end{aligned}
$$

Definicija derivacije

Definicija.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

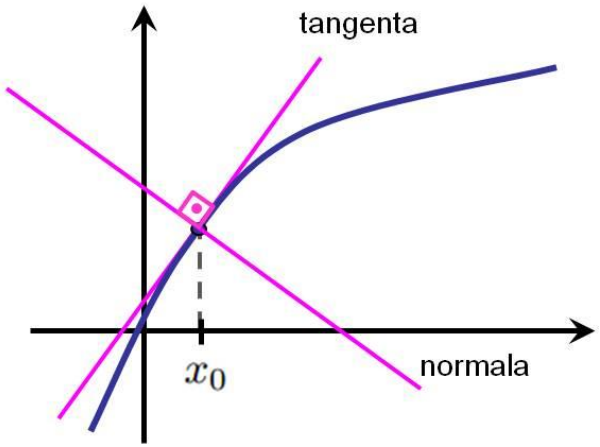
Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.

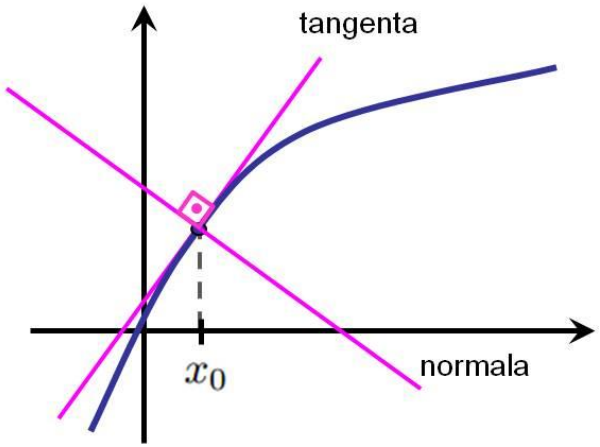


Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



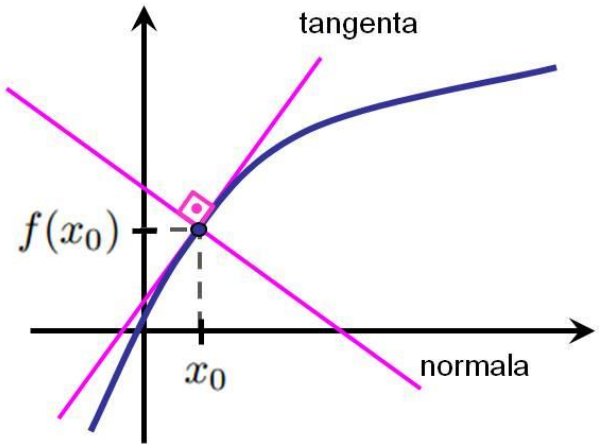
Jednadžba tangente:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



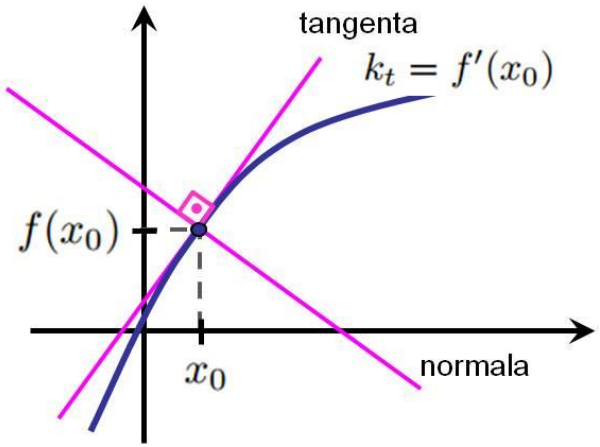
Jednadžba tangente:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



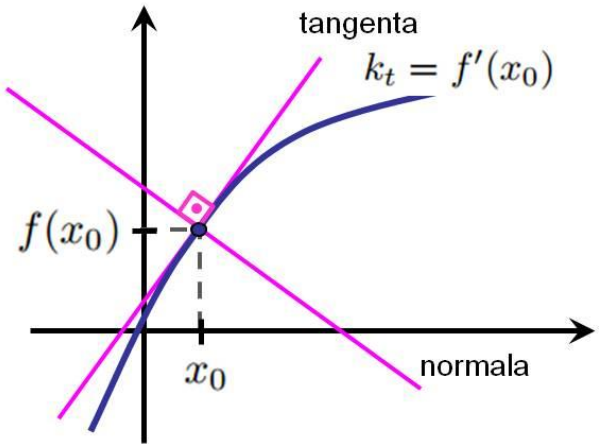
Jednadžba tangente:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



Jednadžba tangente:

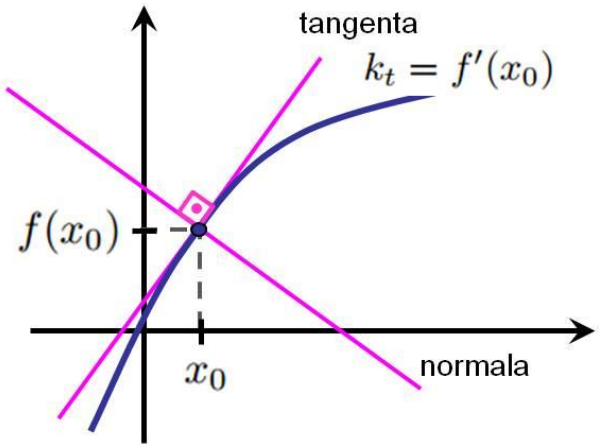
$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



Jednadžba tangente:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

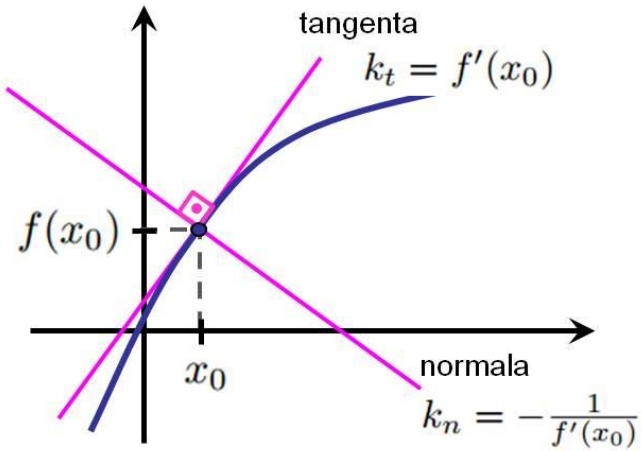
Jednadžba normale:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



Jednadžba tangente:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

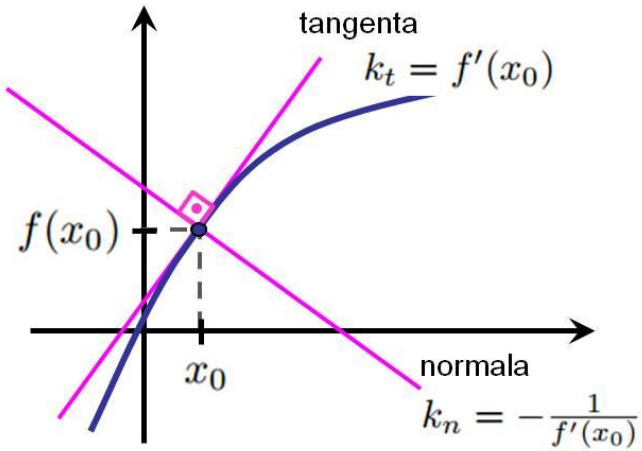
Jednadžba normale:

Definicija derivacije

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u $x_0 \in X$.

Tangenta na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i ima koeficijent smjera $f'(x_0)$.

Normala na graf funkcije f u točki x_0 je pravac koji prolazi točkom $T(x_0, f(x_0))$ i okomit je na tangentu.



Jednadžba tangente:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0).$$

Jednadžba normale:

$$y - f(x_0) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0).$$

Definicija derivacije

Zadatak.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje.

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} =$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \end{cases}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = \end{cases}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = \end{cases}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = -4 \end{cases}$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = -4 \end{cases}$$

Sada je

$$t \ldots y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4)$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = -4 \end{cases}$$

Sada je

$$t \ldots y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{4}x + 1$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = -4 \end{cases}$$

Sada je

$$t \ldots y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{4}x + 1$$

$$n \ldots y - 2 = -4(x - 4)$$

Definicija derivacije

Zadatak. Odredi jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x_0 = 4$.

Rješenje. Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow T_0(4, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} k_t = \frac{1}{4} \\ k_n = -\frac{1}{k_t} = -4 \end{cases}$$

Sada je

$$t \ldots y - 2 = \frac{1}{4}(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{4}x + 1$$

$$n \ldots y - 2 = -4(x - 4) \quad \Rightarrow \quad y = -4x + 18$$

Definicija derivacije

Pitanje.

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor.

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa,

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

1. limes nije definiran

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

1. limes nije definiran (izolirane točke domene),

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

1. limes nije definiran (izolirane točke domene),
2. limes jest definiran, ali ne postoji

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

1. limes nije definiran (izolirane točke domene),
2. limes jest definiran, ali ne postoji (točke prekida i tzv. "špicevi"),

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

1. limes nije definiran (izolirane točke domene),
2. limes jest definiran, ali ne postoji (točke prekida i tzv. "špicevi"),
3. limes jest definiran i postoji, ali je beskonačan

Definicija derivacije

Pitanje. U kakvim točkama domene funkcija nije derivabilna?

Odgovor. Obzirom da je derivacija definirana pomoću limesa, funkcija nije derivabilna u točkama domene u kojima:

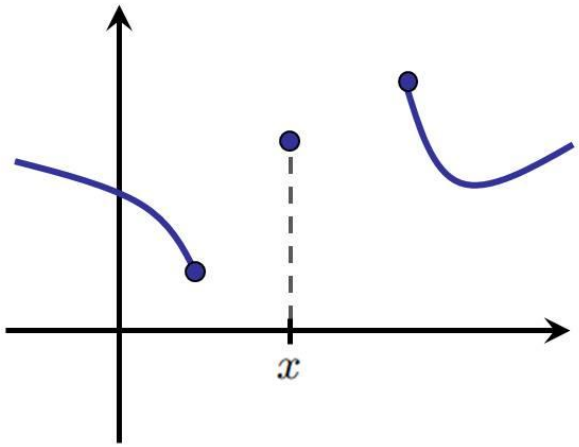
1. limes nije definiran (izolirane točke domene),
2. limes jest definiran, ali ne postoji (točke prekida i tzv. "špicevi"),
3. limes jest definiran i postoji, ali je beskonačan (točke u kojima je tangenta vertikalna).

Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:

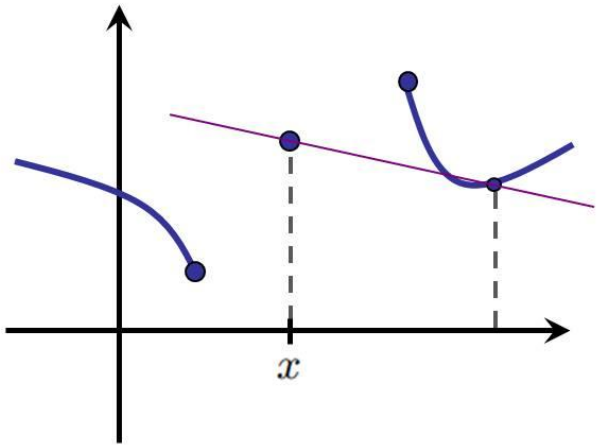
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



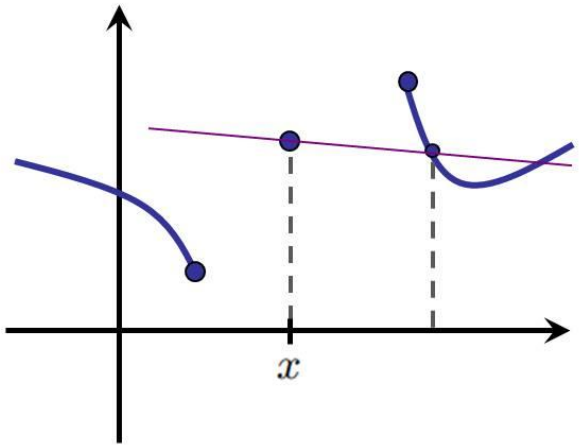
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



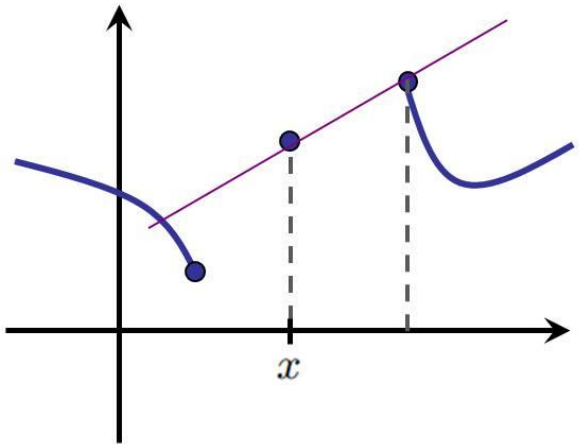
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



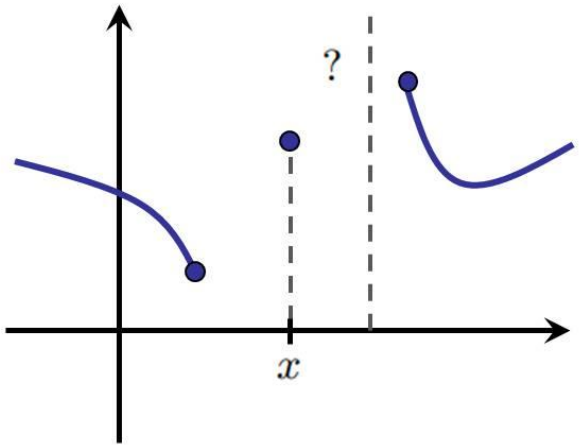
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



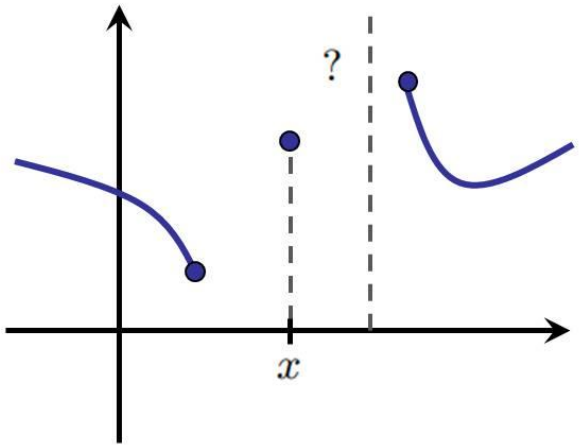
Definicija derivacije

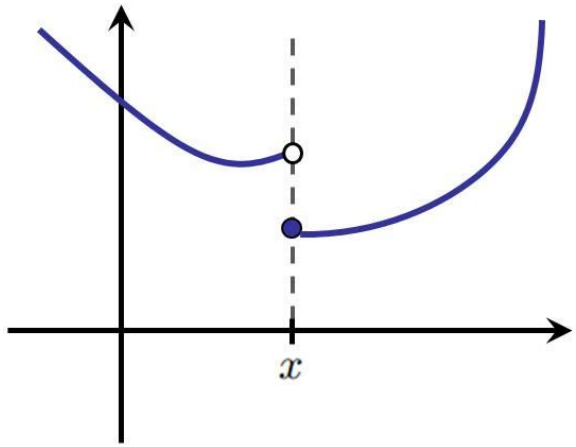
Geometrijski interpretirano:



Definicija derivacije

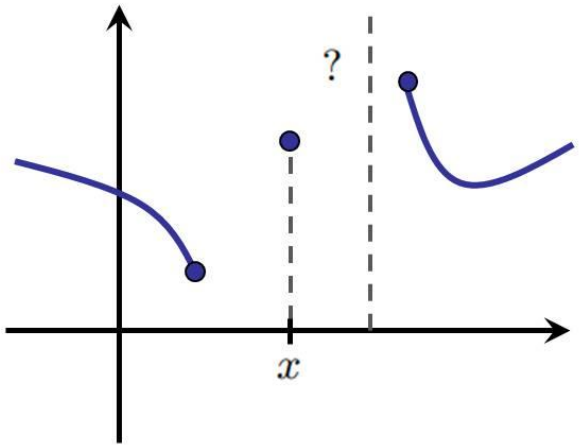
Geometrijski interpretirano:

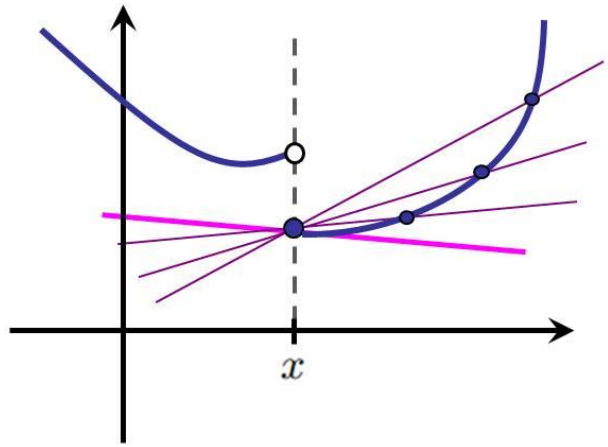




Definicija derivacije

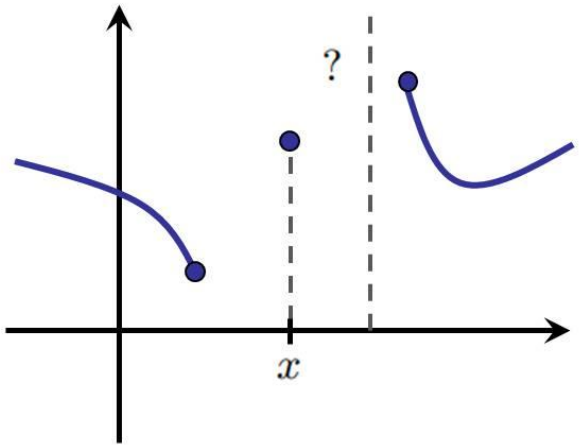
Geometrijski interpretirano:

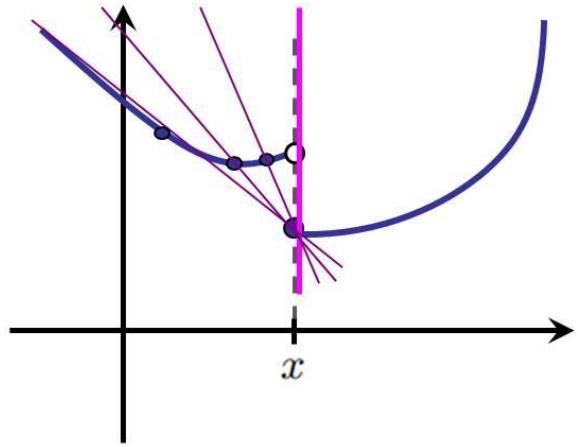




Definicija derivacije

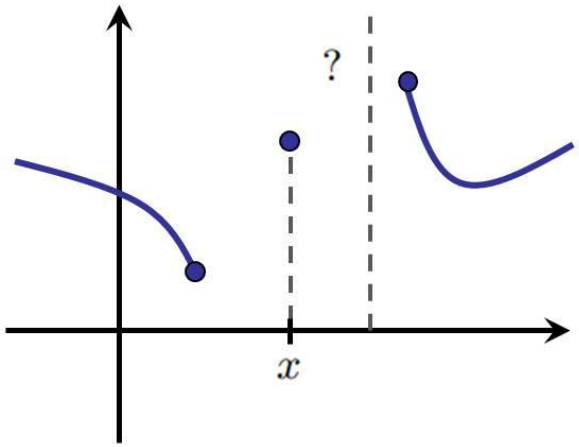
Geometrijski interpretirano:

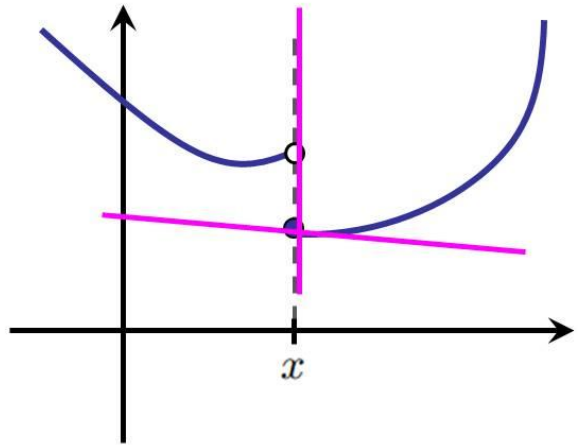




Definicija derivacije

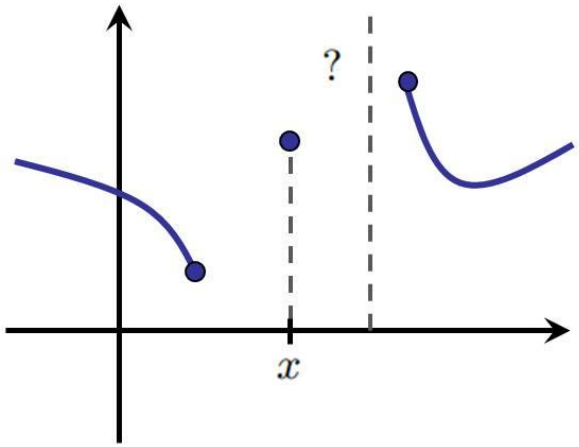
Geometrijski interpretirano:

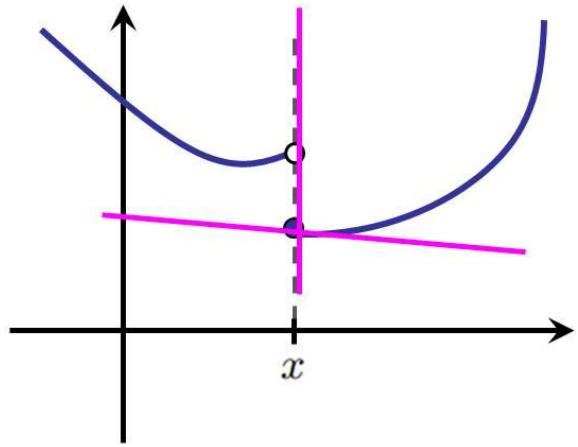


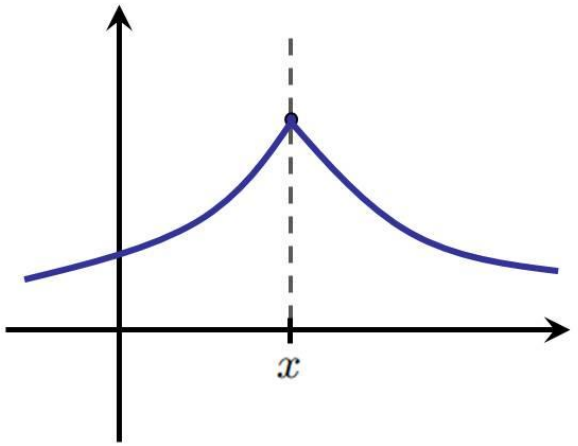


Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:

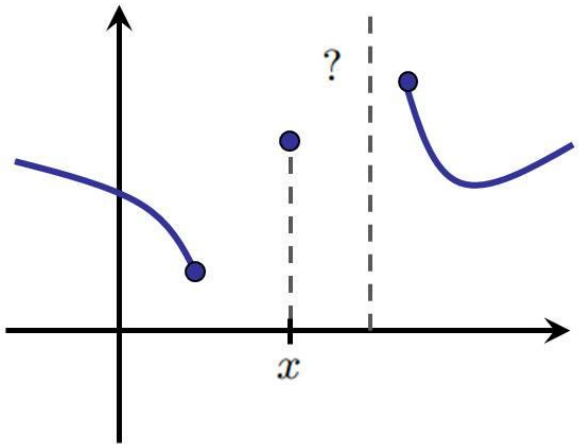


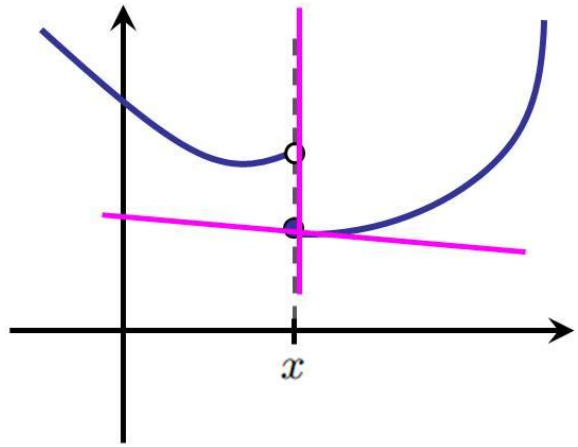


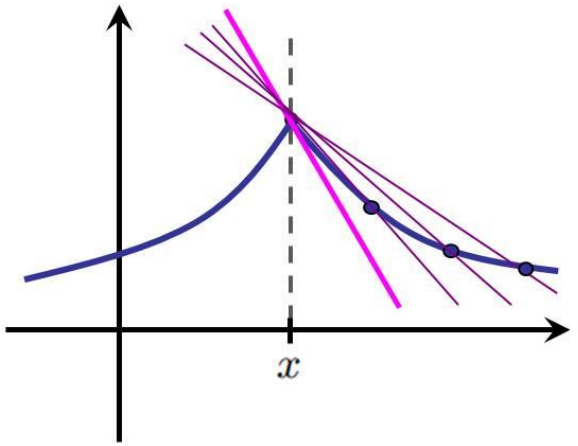


Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:

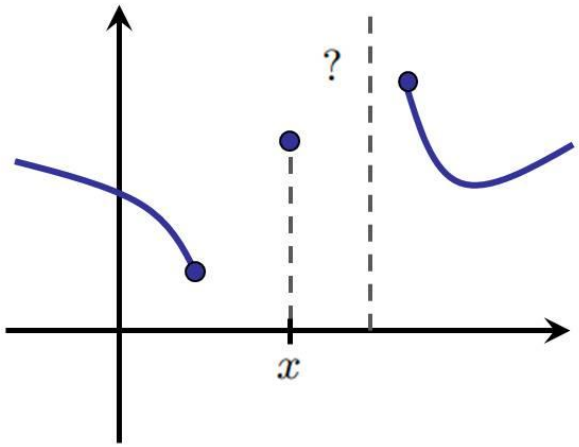


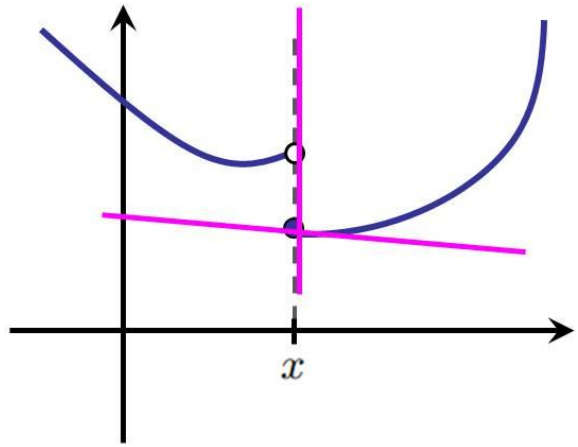


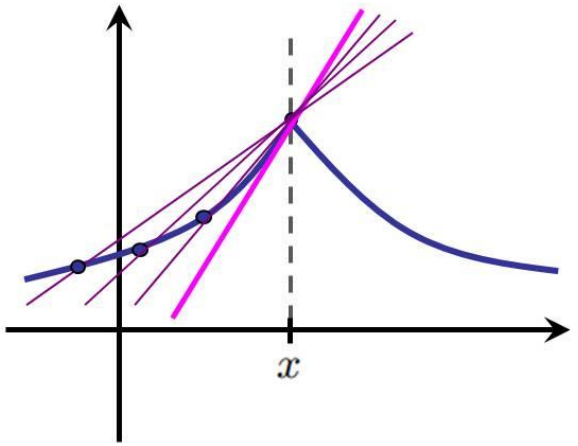


Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:

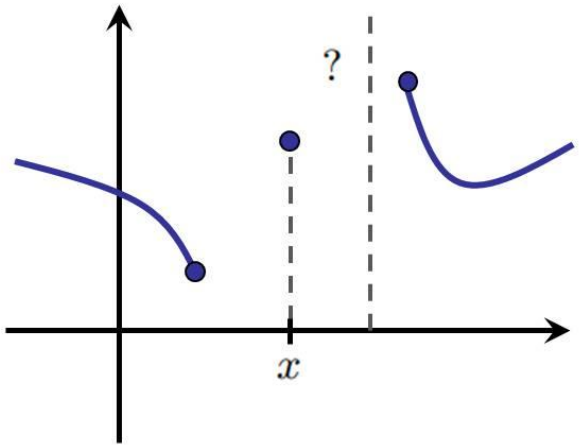


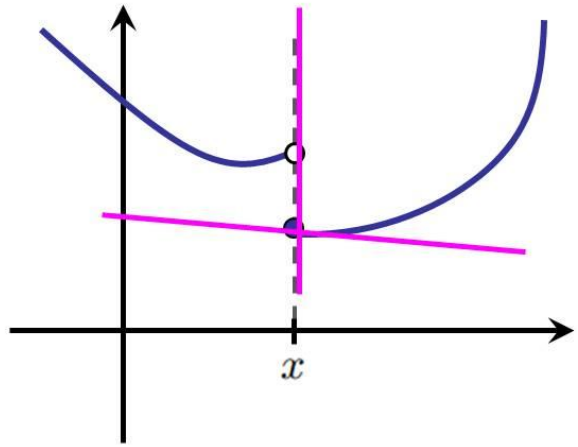


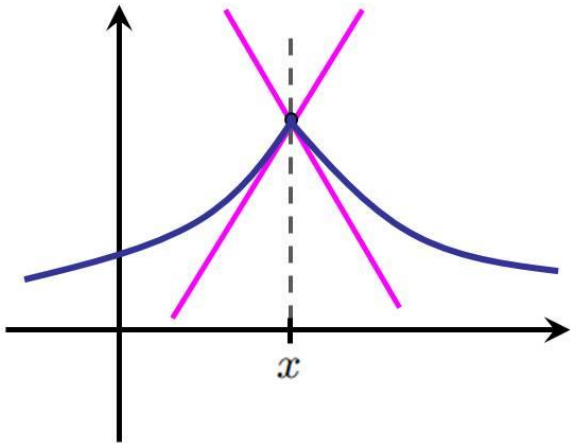


Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:

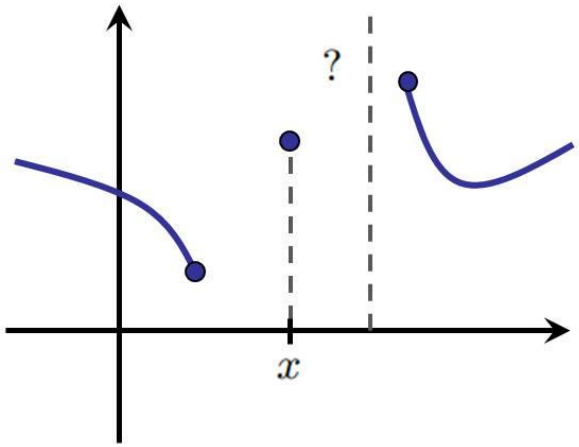


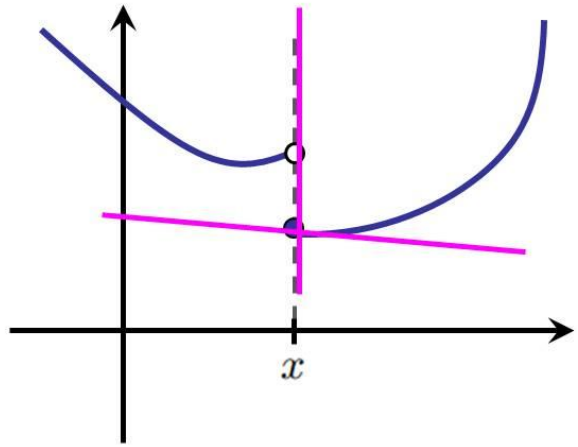


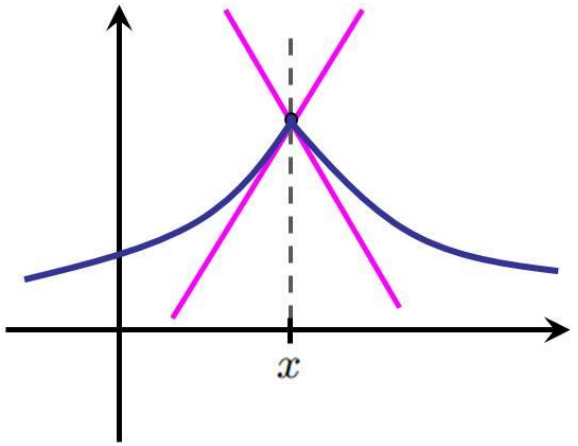


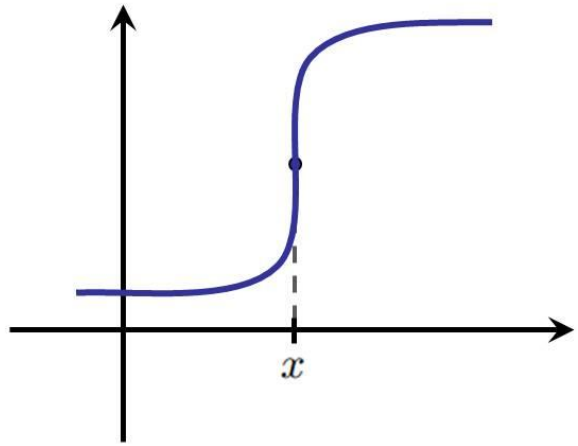
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



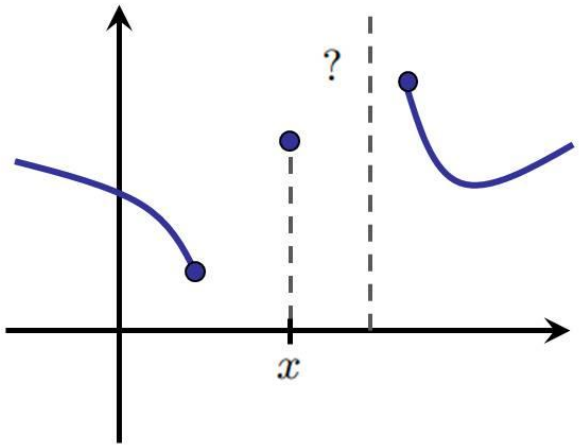


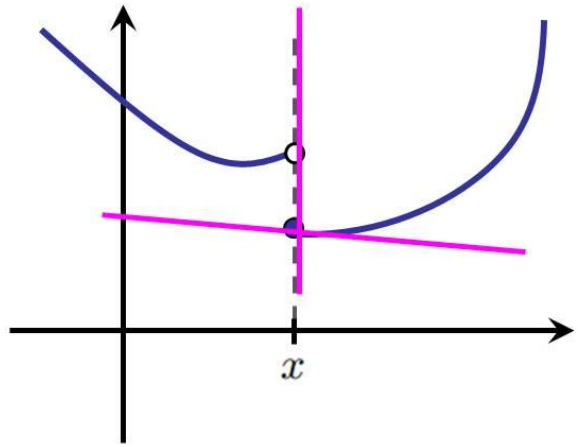


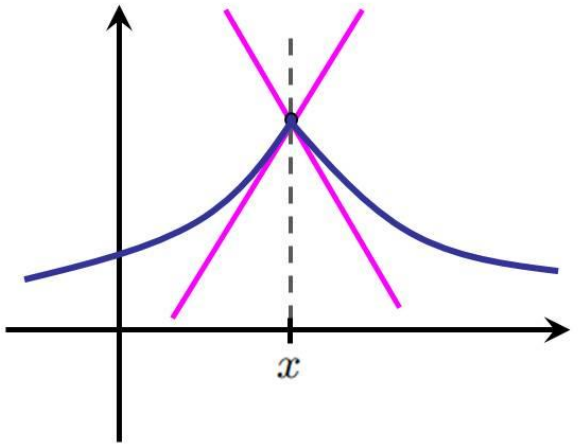


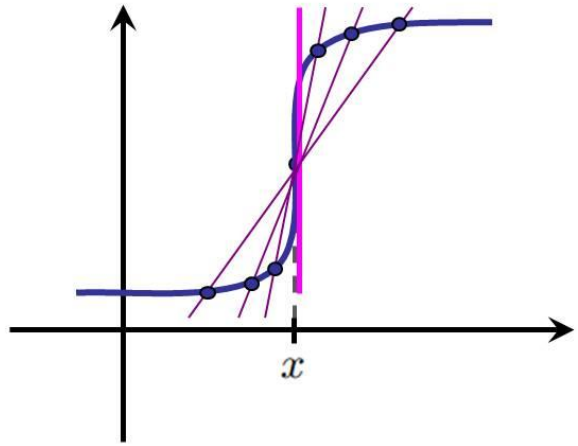
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:



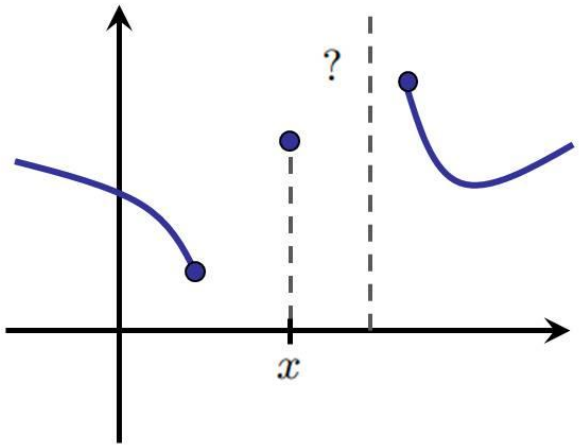


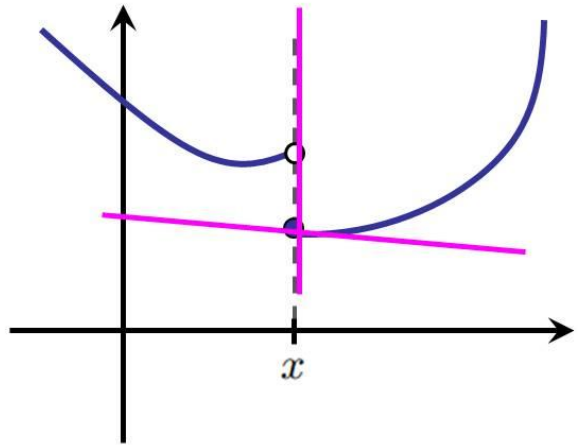


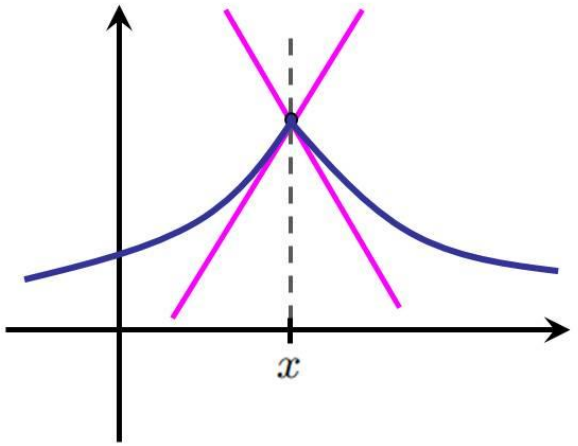


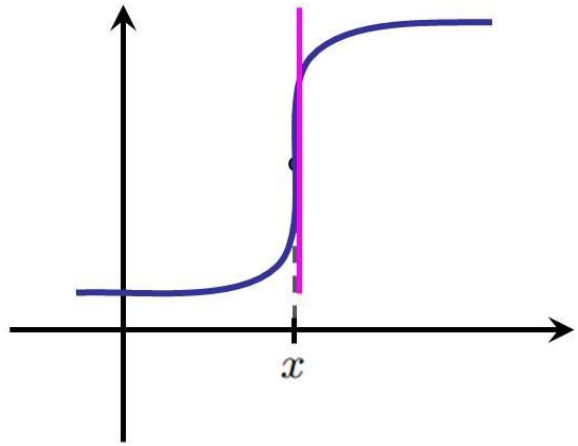
Definicija derivacije

Geometrijski interpretirano:









Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x},$$

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^+)$ postoji i konačan je.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^+)$ postoji i konačan je.

Teorem.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^+)$ postoji i konačan je.

Teorem. Ako je funkcija f derivabilna u točki x, onda je funkcija f i neprekidna u točki x.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^+)$ postoji i konačan je.

Teorem. Ako je funkcija f derivabilna u točki x, onda je funkcija f i neprekidna u točki x.

Napomena.

Definicija derivacije

Za funkciju $f : X \to \mathbb{R}$ i točku $x \in X$ uvodimo oznake:

$$f'(x^-) = \lim_{\Delta x \to 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \quad f'(x^+) = \lim_{\Delta x \to 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s lijeva* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^-)$postoji i konačan je.

Kažemo da je funkcija f *derivabilna s desna* u točki $x \in X$ ako limes $f'(x^+)$ postoji i konačan je.

Teorem. Ako je funkcija f derivabilna u točki x, onda je funkcija f i neprekidna u točki x.

Napomena. Obrat teorema ne vrijedi, primjer za to su špicevi.

Deriviranje elementarnih funkcija

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

tako da:

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\text{osnovne elementarne funkcije} + \text{računske operacije} = \text{sve elementarne funkcije}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),
2. utvrde se pravila za deriviranje pet računskih operacija

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),
2. utvrde se pravila za deriviranje pet računskih operacija (pravila deriviranja),

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\underset{\text{funkcije}}{\text{osnovne elementarne}} + \underset{\text{operacije}}{\text{računske}} = \underset{\text{funkcije}}{\text{sve elementarne}}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),
2. utvrde se pravila za deriviranje pet računskih operacija (pravila deriviranja),

pa ćemo onda znati odrediti derivaciju svake elementarne funkcije.

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\begin{array}{c}\text{osnovne elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array} + \begin{array}{c}\text{računske}\\ \text{operacije}\end{array} = \begin{array}{c}\text{sve elementarne}\\ \text{funkcije}\end{array}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),
2. utvrde se pravila za deriviranje pet računskih operacija (pravila deriviranja),

pa ćemo onda znati odrediti derivaciju svake elementarne funkcije.

Napomena.

Deriviranje elementarnih funkcija

Kod elementarnih funkcija, derivaciju možemo određivati:

1. po definiciji,
2. koristeći strukturu klase elementarnih funkcija

$$\underset{\text{funkcije}}{\text{osnovne elementarne}} + \underset{\text{operacije}}{\text{računske}} = \underset{\text{funkcije}}{\text{sve elementarne}}$$

tako da:

1. odredimo derivaciju svih osnovnih elementarnih funkcija (formira se tablica osnovnih derivacija),
2. utvrde se pravila za deriviranje pet računskih operacija (pravila deriviranja),

pa ćemo onda znati odrediti derivaciju svake elementarne funkcije.

Napomena. Drugi način deriviranja nazivamo još i "deriviranje pomoću tablice i pravila".

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

- zbroj funkcija,

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

- zbroj funkcija,
- razliku funkcija,

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

- zbroj funkcija,
- razliku funkcija,
- umnožak funkcija,

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

- zbroj funkcija,
- razliku funkcija,
- umnožak funkcija,
- dijeljenje funkcija,

Deriviranje elementarnih funkcija

Pravila deriviranja

Pravila za deriviranje pet računskih operacija uvode se tako da odredimo:

- pravilo za deriviranje inverzne funkcije;

a zatim odredimo pravila za deriviranje pet računskih operacija:

- zbroj funkcija,
- razliku funkcija,
- umnožak funkcija,
- dijeljenje funkcija,
- kompoziciju funkcija.

Teorem (Pravilo za deriviranje inverzne funkcije).

Teorem (Pravilo za deriviranje inverzne funkcije). Neka je funkcija $f : X \longrightarrow Y$ bijekcija koja je derivabilna u točki x,

Teorem (Pravilo za deriviranje inverzne funkcije). Neka je funkcija $f : X \to Y$ bijekcija koja je derivabilna u točki x, te neka je $f'(x) \neq 0$.

Teorem (Pravilo za deriviranje inverzne funkcije). Neka je funkcija $f : X \to Y$ bijekcija koja je derivabilna u točki x, te neka je $f'(x) \neq 0$. Nadalje, neka je inverzna funkcija $f^{-1} : Y \to X$ neprekidna u točki $y = f(x)$.

Teorem (Pravilo za deriviranje inverzne funkcije). Neka je funkcija $f : X \to Y$ bijekcija koja je derivabilna u točki x, te neka je $f'(x) \neq 0$. Nadalje, neka je inverzna funkcija $f^{-1} : Y \to X$ neprekidna u točki $y = f(x)$. Tada vrijedi

$$\left(f^{-1}\right)'(y) = \frac{1}{f'(x)}.$$

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija).

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x.

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x),$$

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\ (f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\ (f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\ (f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje kompozicije).

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje kompozicije). Ako je funkcija f derivabilna u točki x,

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje kompozicije). Ako je funkcija f derivabilna u točki x, a funkcija g u točki $y=f(x)$,

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje kompozicije). Ako je funkcija f derivabilna u točki x, a funkcija g u točki $y=f(x)$, onda je kompozicija $g\circ f$ derivabilna u točki x

Teorem (Pravilo za deriviranje računskih operacija). Neka su funkcije f i g derivabilne u točki x. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned}
(f(x)+g(x))' &= f'(x)+g'(x),\\
(f(x)-g(x))' &= f'(x)-g'(x),\\
(f(x)\cdot g(x))' &= f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x),\\
\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{za } g(x)\neq 0.
\end{aligned}$$

Teorem (Pravilo za deriviranje kompozicije). Ako je funkcija f derivabilna u točki x, a funkcija g u točki $y=f(x)$, onda je kompozicija $g\circ f$ derivabilna u točki x i vrijedi

$$(g(f(x)))' = g'(f(x))\cdot f'(x).$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c, \quad x^n,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ \ x^n,\ \ a^x,\ \ \sin x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c, \quad x^n, \quad a^x, \quad \sin x, \quad \cos x;$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ \ x^n,\ \ a^x,\ \ \sin x,\ \ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ \ x^n,\ \ a^x,\ \ \sin x,\ \ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}},$$

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},\ \log_a x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},\ \log_a x,\ \arcsin x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},\ \log_a x,\ \arcsin x,\ \arccos x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},\ \log_a x,\ \arcsin x,\ \arccos x,\ \operatorname{arctg} x,$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Tablica osnovnih derivacija

Deriviranje **osnovnih** elementarnih funkcija provodi se tako da:

- po definiciji odredimo derivacije funkcija

$$c,\ x^n,\ a^x,\ \sin x,\ \cos x;$$

- po pravilu za deriviranje razlomka odredimo derivacije

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n},\ \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x},\ \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

- po pravilu za deriviranje kompozicije odredimo derivacije

$$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m;$$

- po pravilu za deriviranje inverza odredimo derivacije

$$x^{\frac{1}{n}}, x^{-\frac{1}{n}},\ \log_a x,\ \arcsin x,\ \arccos x,\ \operatorname{arctg} x,\ \operatorname{arcctg} x.$$

Sada možemo formirati Tablicu osnovnih derivacija.

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
c	0	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
x^r	rx^{r-1}	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
a^x	$a^x \ln a$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak.

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$,

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$,

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$,

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje.

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a) Deriviramo po **pravilu za deriviranje zbroja**

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a) Deriviramo po **pravilu za deriviranje zbroja**

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a) Deriviramo po **pravilu za deriviranje zbroja**

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Vrijedi

$$f'(x) = (x^2 + \sin x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a) Deriviramo po **pravilu za deriviranje zbroja**

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Vrijedi

$$f'(x) = (x^2 + \sin x)' = (x^2)' + (\sin x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. a) Deriviramo po **pravilu za deriviranje zbroja**

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Vrijedi

$$f'(x) = (x^2 + \sin x)' = (x^2)' + (\sin x)' = 2x + \cos x$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlike**

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlike**

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlike**

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (e^x - \ln x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlike**

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (e^x - \ln x)' = (e^x)' - (\ln x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. b) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlike**

$$(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (e^x - \ln x)' = (e^x)' - (\ln x)' = e^x - \frac{1}{x}$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c) Deriviramo po **pravilu za deriviranje umnoška**

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c) Deriviramo po **pravilu za deriviranje umnoška**

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c) Deriviramo po **pravilu za deriviranje umnoška**

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (x^3 \operatorname{tg} x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c) Deriviramo po **pravilu za deriviranje umnoška**

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (x^3 \operatorname{tg} x)' = (x^3)' \operatorname{tg} x + x^3 (\operatorname{tg} x)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. c) Deriviramo po **pravilu za deriviranje umnoška**

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Vrijedi

$$f(x) = (x^3 \operatorname{tg} x)' = (x^3)' \operatorname{tg} x + x^3 (\operatorname{tg} x)' = 3x^2 \operatorname{tg} x + x^3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Vrijedi

$$f(x) = (\frac{x}{e^x})' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Vrijedi

$$f(x) = (\frac{x}{e^x})' = \frac{(x)'e^x - x(e^x)'}{(e^x)^2} =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Vrijedi

$$f(x) = (\frac{x}{e^x})' = \frac{(x)'e^x - x(e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. d) Deriviramo po **pravilu za deriviranje razlomka** (tj. dijeljenja)

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

Vrijedi

$$f(x) = (\frac{x}{e^x})' = \frac{(x)'e^x - x(e^x)'}{(e^x)^2} = \frac{e^x - xe^x}{(e^x)^2} = \frac{1-x}{e^x}$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e)

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

Vrijedi

$$f(x) = (\cos x^2)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

Vrijedi

$$f(x) = (\cos x^2)' = -\sin(x^2)$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

Vrijedi

$$f(x) = (\cos x^2)' = -\sin(x^2) \cdot (x^2)' =$$

Deriviranje elementarnih funkcija

Zadatak. Odredi derivaciju funkcije:

a) $f(x) = x^2 + \sin x$, b) $f(x) = e^x - \ln x$, c) $f(x) = x^3 \operatorname{tg} x$,
d) $f(x) = \frac{x}{e^x}$, e) $f(x) = \cos x^2$.

Napiši najprije pravilo po kojem ćeš derivirati (ime i formulu).

Rješenje. e) Deriviramo po **pravilu za deriviranje kompozicije**

$$(g(f(x)))' = g'(f(x)) \cdot f'(x).$$

Vrijedi

$$f(x) = (\cos x^2)' = -\sin(x^2) \cdot (x^2)' = -\sin x^2 \cdot 2x$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$x^2 - y + \sin x = 0$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$x^2 - y + \sin x = 0 \qquad \Rightarrow \quad y =$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$x^2 - y + \sin x = 0 \qquad \Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$x^2 - y + \sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x$$
$$xy + \sin(x + y) = 0$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$\begin{aligned} x^2 - y + \sin x = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x \\ xy + \sin(x + y) = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = \end{aligned}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$\begin{aligned} x^2 - y + \sin x = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x \\ xy + \sin(x + y) = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = ? \end{aligned}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$\begin{aligned} x^2 - y + \sin x = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x \\ xy + \sin(x + y) = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = ? \end{aligned}$$

Postavlja se pitanje: kako derivirati implicitno zadanu f-ju?

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$\begin{aligned} x^2 - y + \sin x = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x \\ xy + \sin(x + y) = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = ? \end{aligned}$$

Postavlja se pitanje: kako derivirati implicitno zadanu f-ju?

Derivaciju funkcije $y = f(x)$ tada određujemo deriviranjem izraza $F(x, y) = 0$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Neka je funkcija $y = f(x)$ implicitno zadana izrazom $F(x, y) = 0$.

Primjer. Funkcija $y = f(x)$ može biti zadana sa:

$$\begin{aligned} x^2 - y + \sin x = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = x^2 + \sin x \\ xy + \sin(x + y) = 0 \quad &\Rightarrow \quad y = ? \end{aligned}$$

Postavlja se pitanje: kako derivirati implicitno zadanu f-ju?

Derivaciju funkcije $y = f(x)$ tada određujemo deriviranjem izraza $F(x, y) = 0$ pri čemu izraze koji sadrže zavisnu varijablu y deriviramo primjenjujući Teorem o deriviranju kompozicije.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.

Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.

Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$.

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$2x -$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') +$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' =$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' =$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = \\ \end{cases}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ \end{cases}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = \end{cases}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$t_1 \ldots$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$t_1 \ldots y - 2 = 0 \cdot (x - 1)$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$t_1 \ldots y - 2 = 0 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 2$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$\begin{aligned} t_1 \ldots y - 2 &= 0 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 2 \\ t_2 \ldots & \end{aligned}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$\begin{aligned} t_1 \ldots y - 2 &= 0 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 2 \\ t_2 \ldots y + 1 &= 1 \cdot (x - 1) \end{aligned}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje. Potrebno je odrediti točke na krivulji s apscisom $x_0 = 1$. Vrijedi

$$1^2 - 1 \cdot y + y^2 = 3 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

Dakle, imamo $T_1(1, 2)$ i $T_2(1, -1)$. Pronađimo $y'(T_1)$ i $y'(T_1)$!

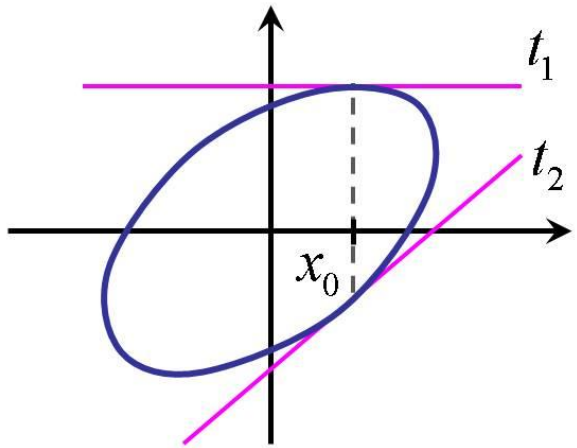
$$2x - (1 \cdot y + x \cdot y') + 2y \cdot y' = 0 \Rightarrow y' = \frac{y - 2x}{2y - x} \Rightarrow \begin{cases} y'(T_1) = 0 \\ y'(T_2) = 1 \end{cases}$$

Tražene tangente su

$$\begin{aligned} t_1 \ldots y - 2 &= 0 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 2 \\ t_2 \ldots y + 1 &= 1 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = x - 2 \end{aligned}$$

Deriviranje implicitno zadane funkcije

Zadatak. Odredi tangentu na krivulju $x^2 - xy + y^2 = 3$ u točki $x_0 = 1$.
Rješenje.



Logaritamsko deriviranje

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\,(x)^{g(x)}$$

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\,(x)^{g(x)}$$

provodi se u tri koraka:

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\,(x)^{g(x)}$$

provodi se u tri koraka:

1. logaritmira se jednakost $y = f\,(x)^{g(x)}$,

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\,(x)^{g(x)}$$

provodi se u tri koraka:

1. logaritmira se jednakost $y = f\,(x)^{g(x)}$,
2. korištenjem svojstava logaritma eksponencijalni izraz se transformira u umnožak,

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\,(x)^{g(x)}$$

provodi se u tri koraka:

1. logaritmira se jednakost $y = f\,(x)^{g(x)}$,
2. korištenjem svojstava logaritma eksponencijalni izraz se transformira u umnožak,
3. derivira se dobivena implicitno zadana funkcija.

Logaritamsko deriviranje

Deriviranje funkcija oblika

$$y = f\left(x\right)^{g(x)}$$

provodi se u tri koraka:

1. logaritmira se jednakost $y = f\left(x\right)^{g(x)}$,
2. korištenjem svojstava logaritma eksponencijalni izraz se transformira u umnožak,
3. derivira se dobivena implicitno zadana funkcija.

Ovim postupkom dobije se

$$y' = f\left(x\right)^{g(x)} \left(g'(x) \ln f(x) + \frac{g(x)}{f(x)} f'\left(x\right) \right).$$

Diferencijal

Diferencijal

Uvodimo veličine:

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$

Diferencijal

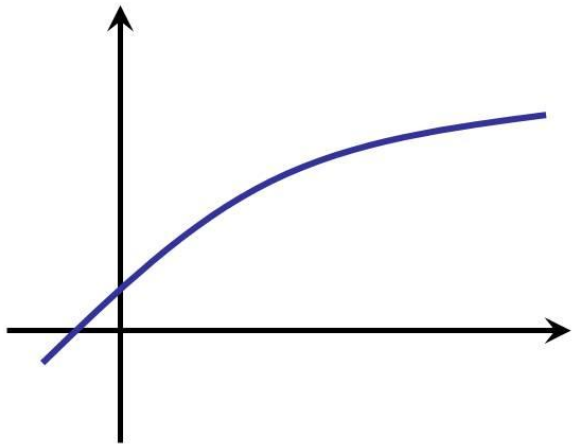
Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,

Diferencijal

Uvodimo veličine:

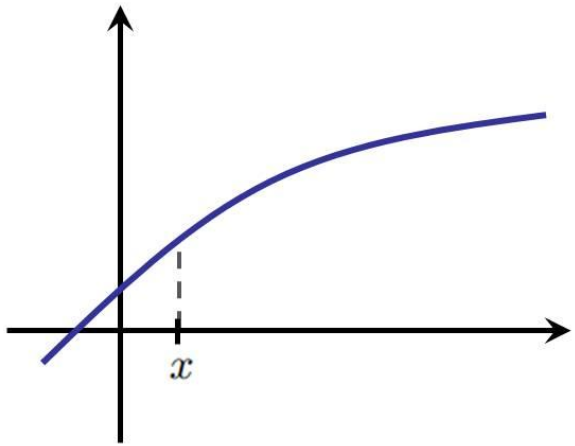
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

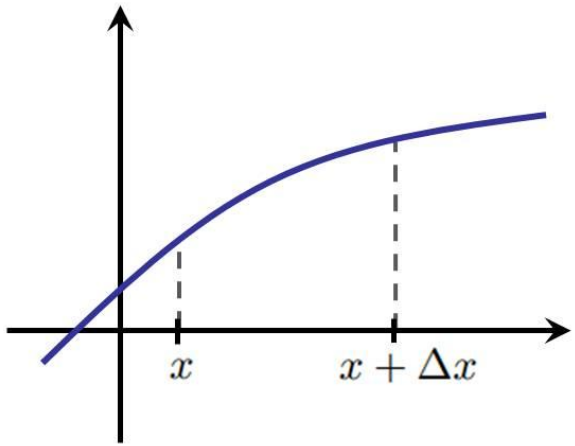
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

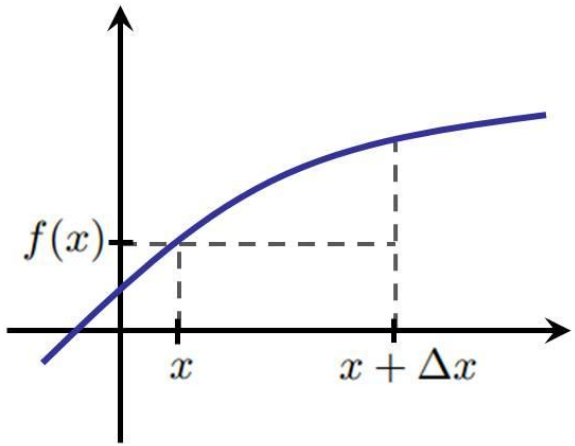
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

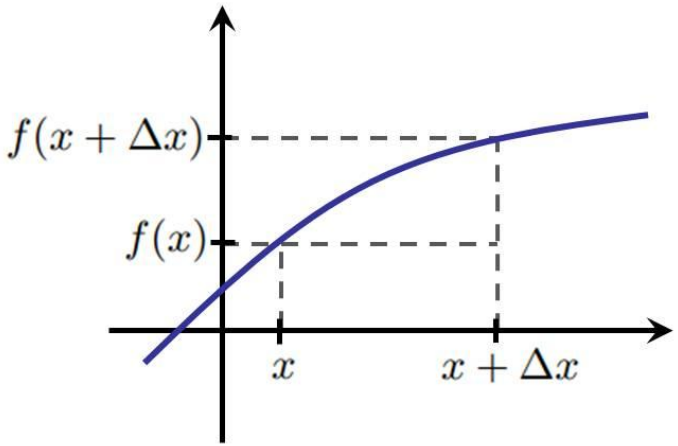
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

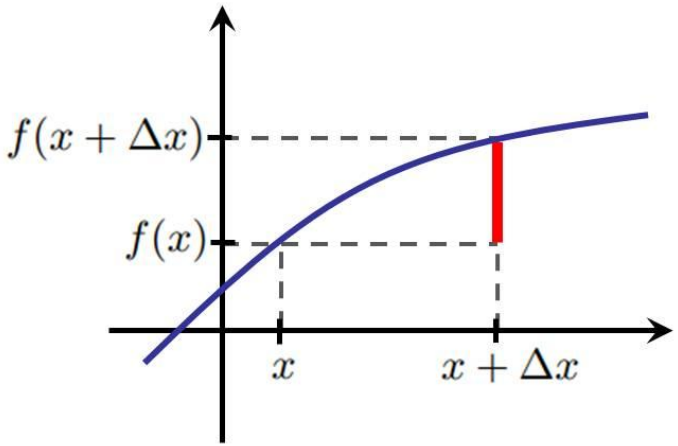
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

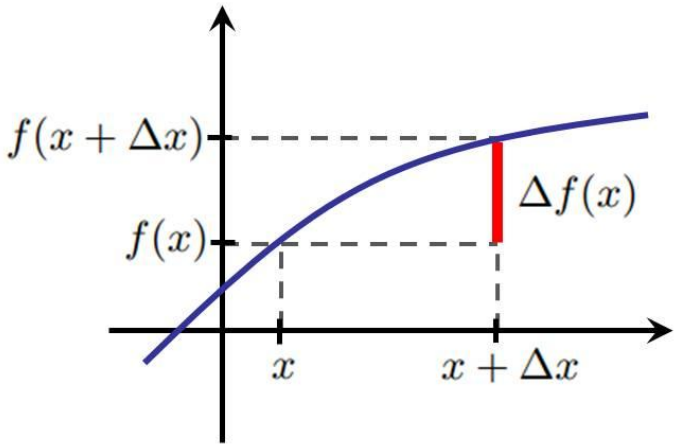
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

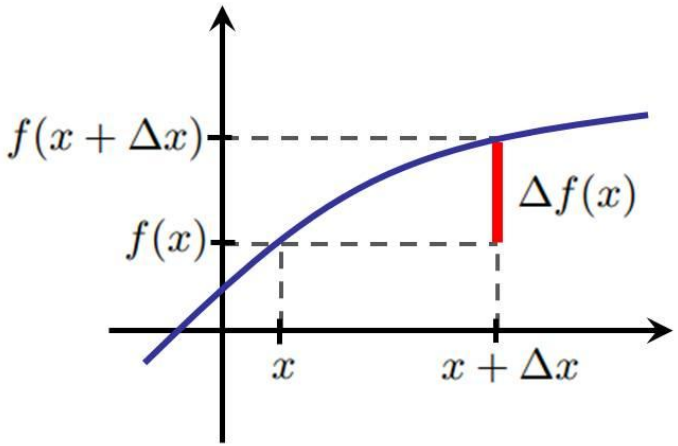
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,



Diferencijal

Uvodimo veličine:

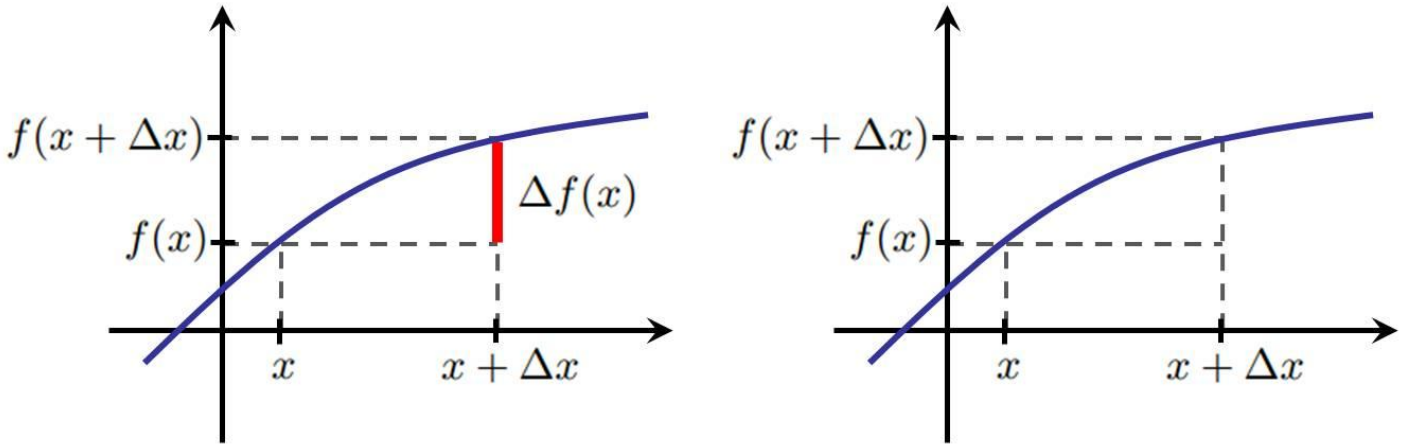
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Diferencijal

Uvodimo veličine:

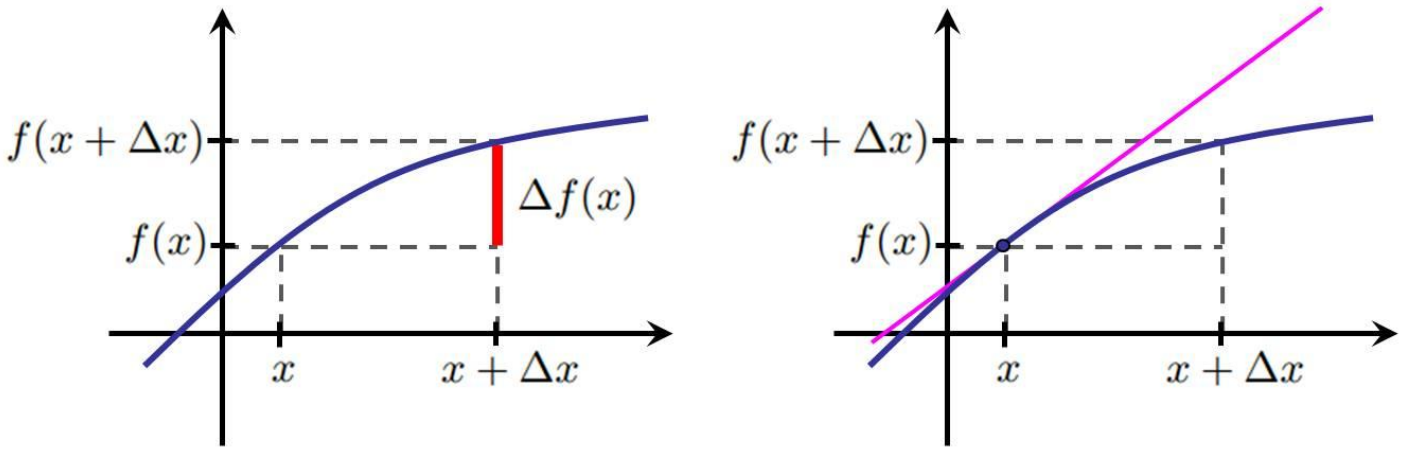
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Diferencijal

Uvodimo veličine:

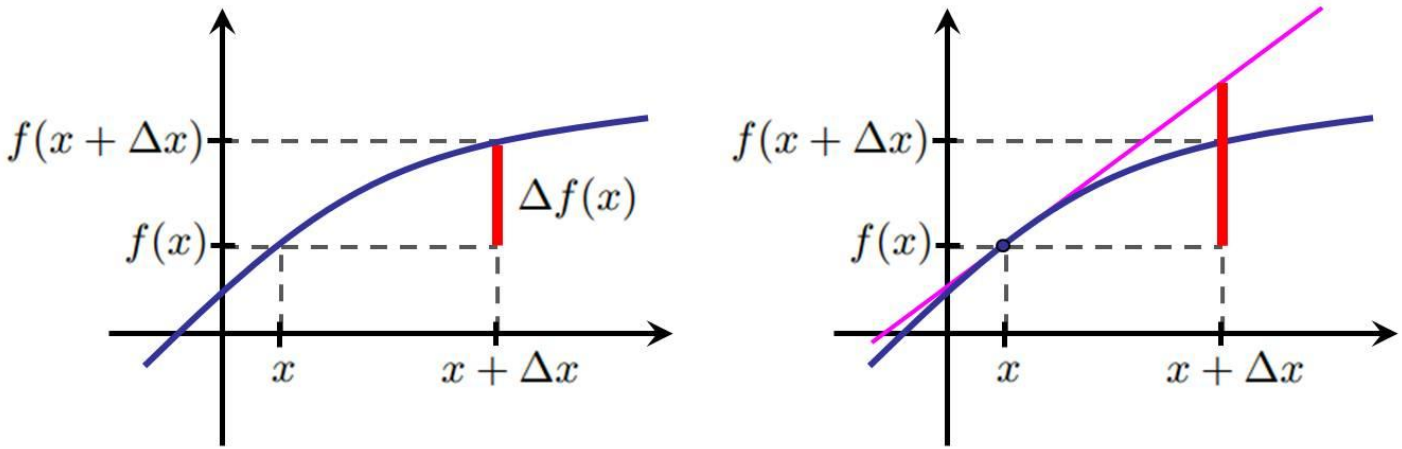
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Diferencijal

Uvodimo veličine:

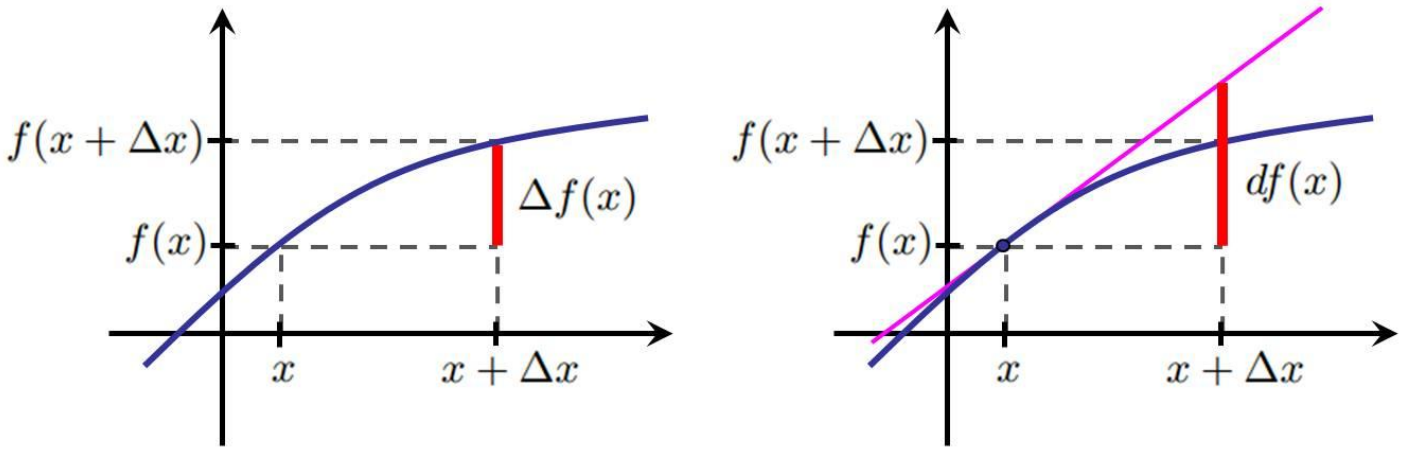
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Diferencijal

Uvodimo veličine:

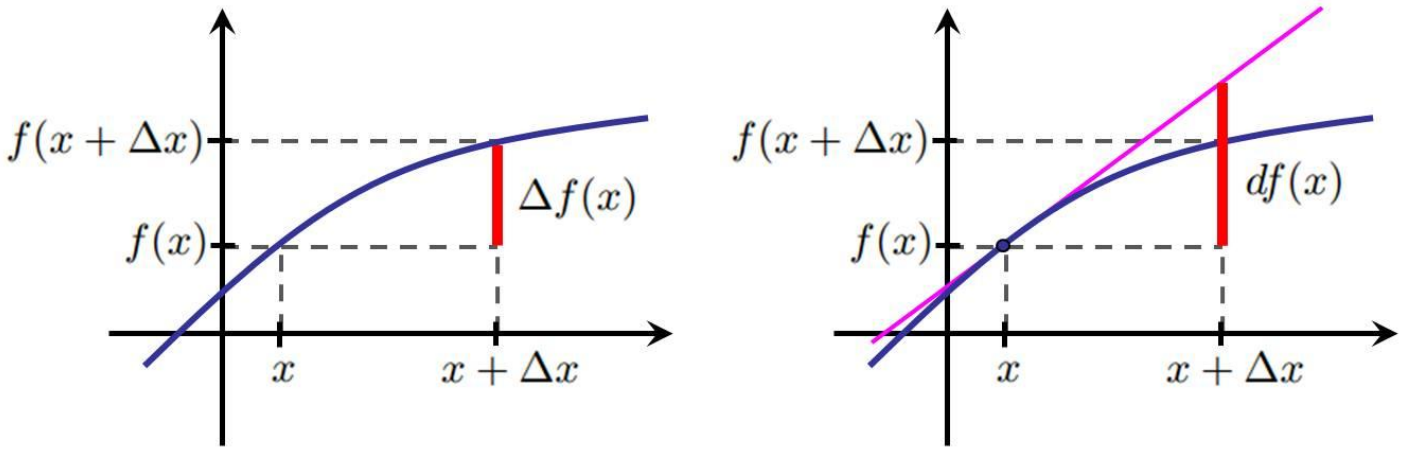
- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.

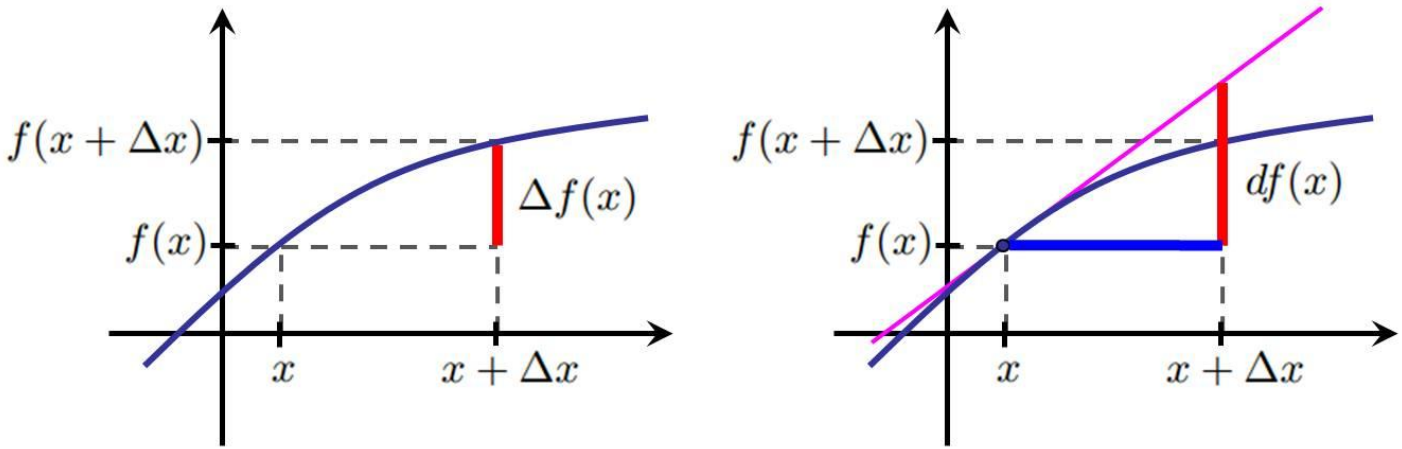


Vrijedi:

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.

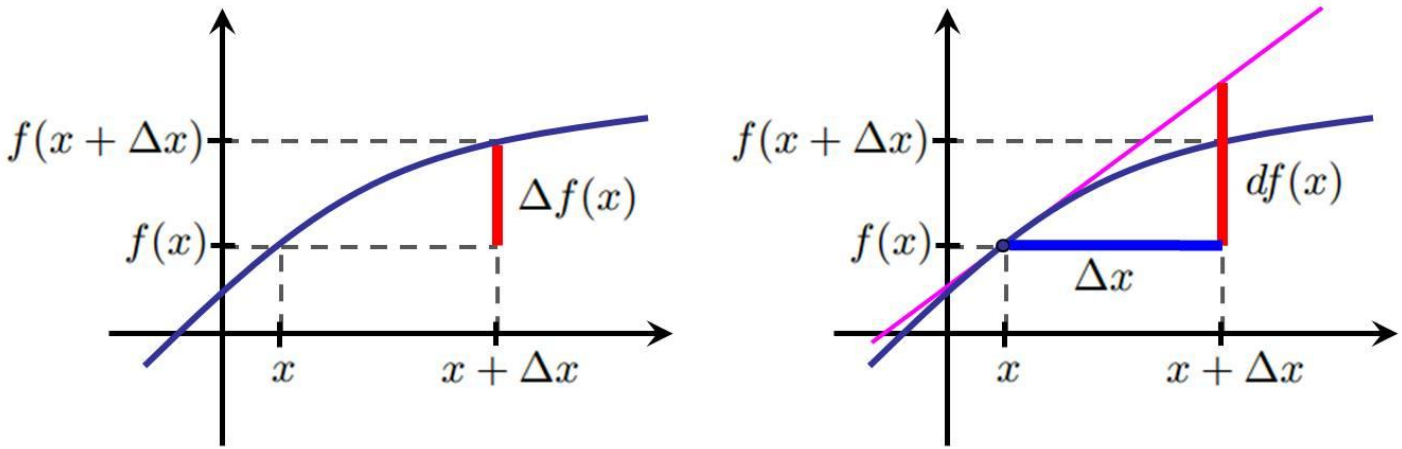


Vrijedi:

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.

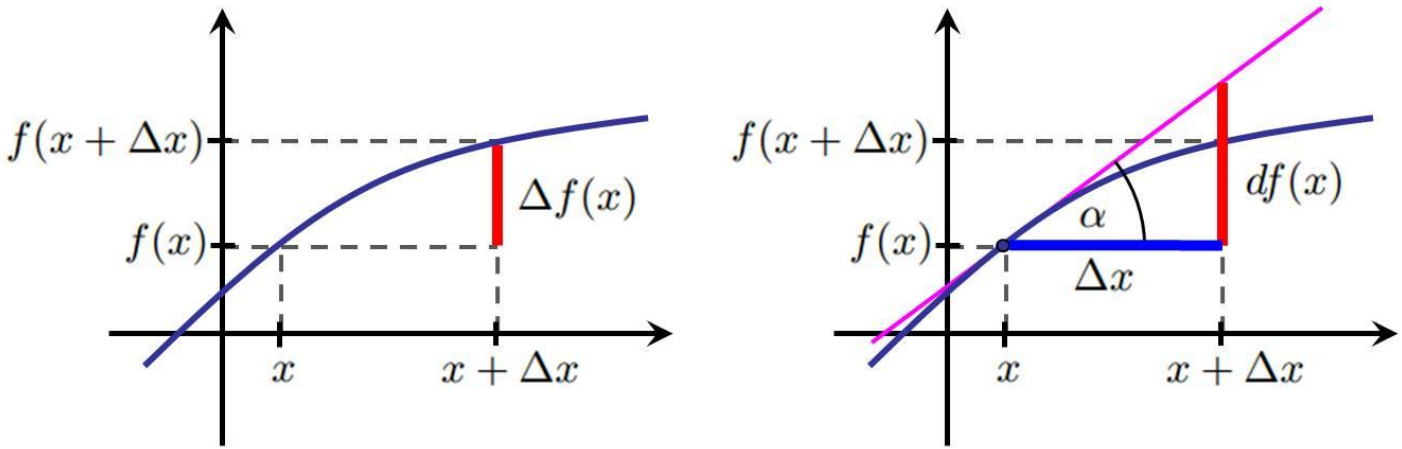


Vrijedi:

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.

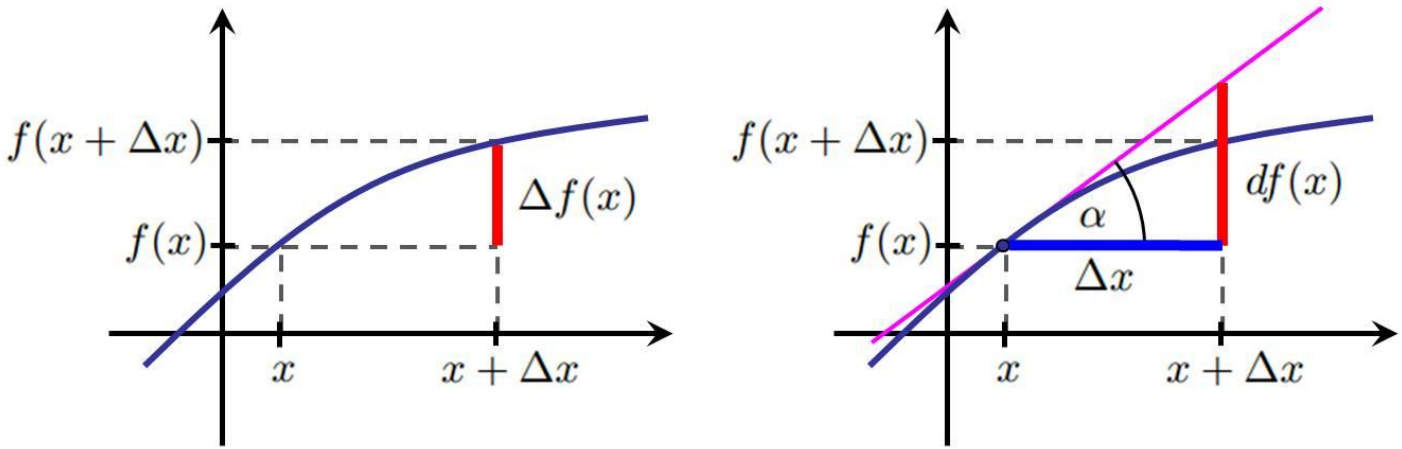


Vrijedi:

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



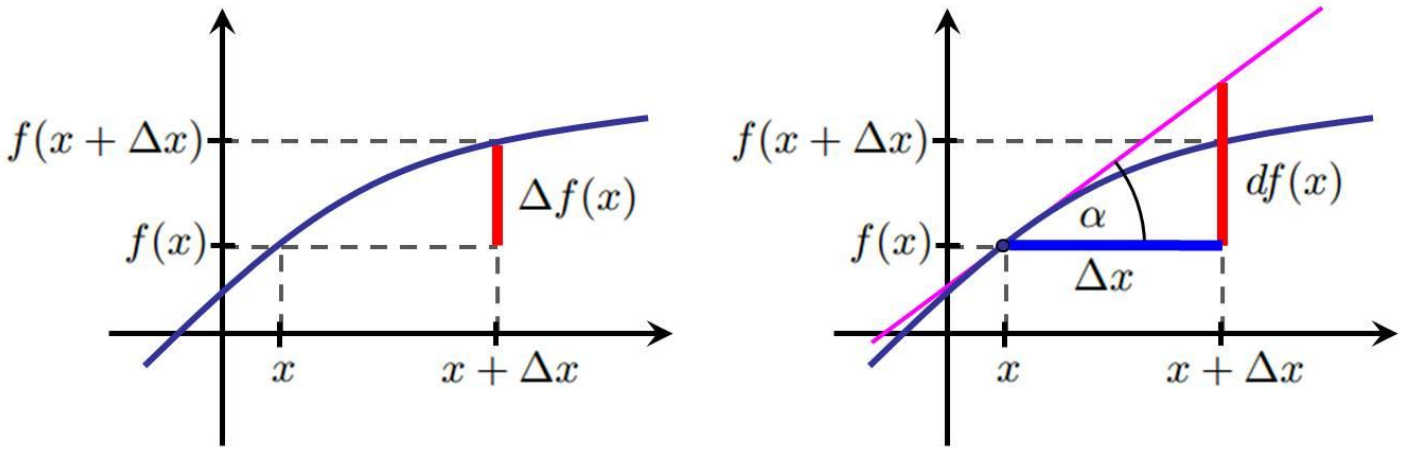
Vrijedi:

$$\operatorname{tg} \alpha =$$

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



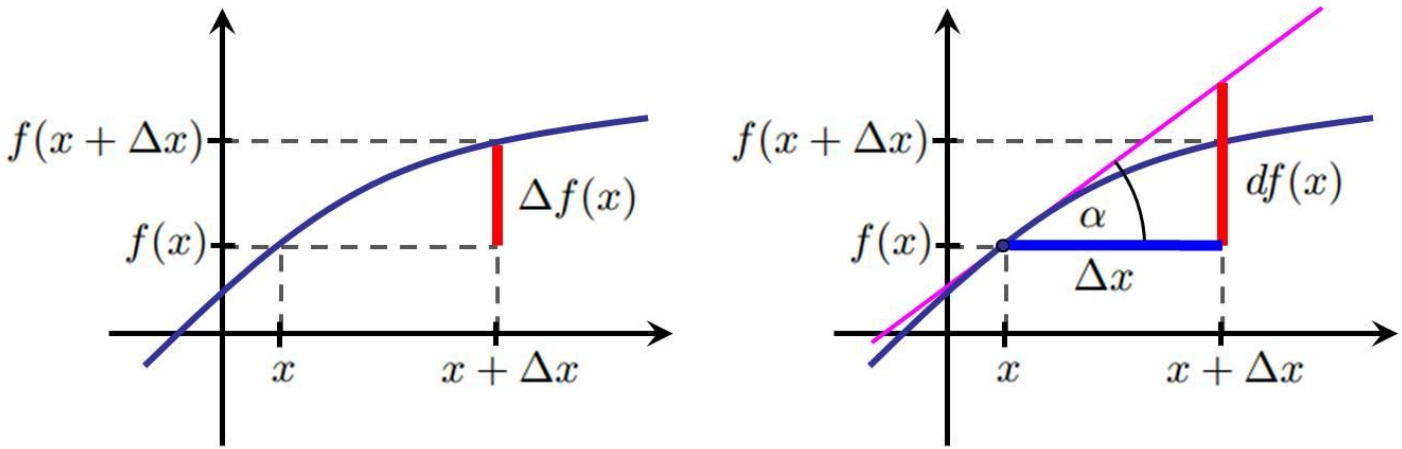
Vrijedi:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{df(x)}{\Delta x}$$

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



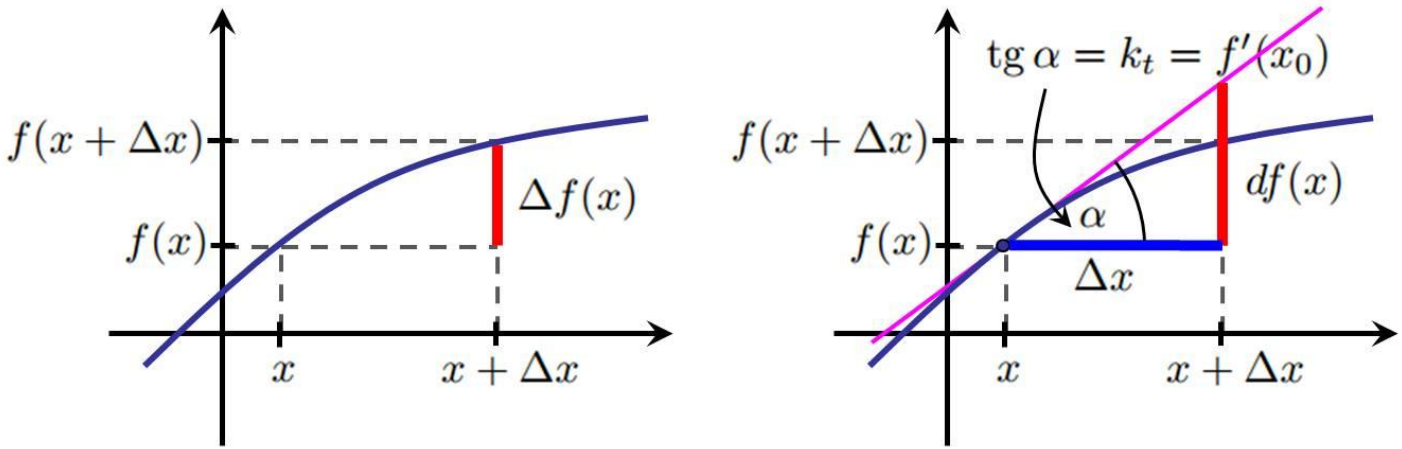
Vrijedi:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{df(x)}{\Delta x} \Rightarrow df(x) = \operatorname{tg}\alpha \cdot \Delta x =$$

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



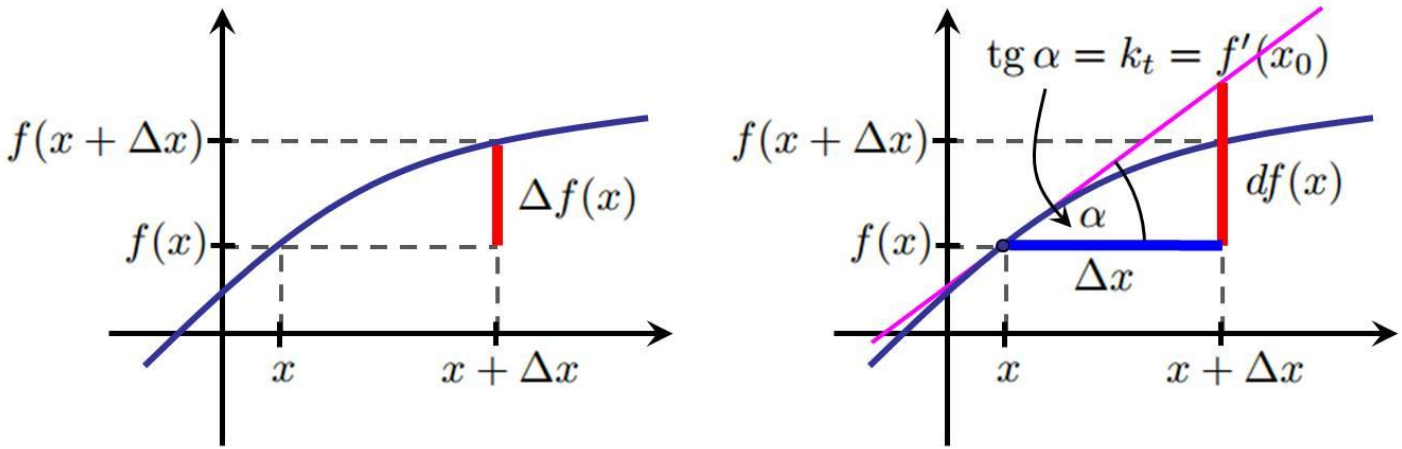
Vrijedi:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{df(x)}{\Delta x} \Rightarrow df(x) = \operatorname{tg}\alpha \cdot \Delta x =$$

Diferencijal

Uvodimo veličine:

- $\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x)$ koja mjeri **prirast funkcije** nakon pomaka Δx,
- $df(x)$ koja mjeri **prirast do tangente** nakon pomaka Δx.



Vrijedi:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{df(x)}{\Delta x} \Rightarrow df(x) = \operatorname{tg}\alpha \cdot \Delta x = f'(x) \cdot \Delta x.$$

Diferencijal

Definicija.

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$.

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

$$df(x) = f'(x)dx$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

$$df(x) = f'(x)dx \Rightarrow f'(x) = \frac{df(x)}{dx}.$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

$$df(x) = f'(x)dx \Rightarrow f'(x) = \frac{df(x)}{dx}.$$

Također, obzirom na čestu oznaku $y = f(x)$,

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

$$df(x) = f'(x)dx \Rightarrow f'(x) = \frac{df(x)}{dx}.$$

Također, obzirom na čestu oznaku $y = f(x)$, uvodimo i oznake:

$$\Delta y \quad = \quad \Delta f(x),$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Često se označava $\Delta x = dx$, pa dobivamo oznake:

$$df(x) = f'(x)dx \Rightarrow f'(x) = \frac{df(x)}{dx}.$$

Također, obzirom na čestu oznaku $y = f(x)$, uvodimo i oznake:

$$\begin{aligned} \Delta y &= \Delta f(x), \\ dy &= df(x). \end{aligned}$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx.

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx. Vrijedi:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x) - df(x)}{\Delta x} \right) \quad =$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx. Vrijedi:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x) - df(x)}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} - \frac{f'(x)\Delta x}{\Delta x} \right) =$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx. Vrijedi:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x) - df(x)}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} - \frac{f'(x)\Delta x}{\Delta x} \right) =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} - f'(x) \right) =$$

Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx. Vrijedi:

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x) - df(x)}{\Delta x} \right) &= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} - \frac{f'(x)\Delta x}{\Delta x} \right) = \\ &= \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} - f'(x) \right) = \\ &= f'(x) - f'(x) = 0.\end{aligned}$$

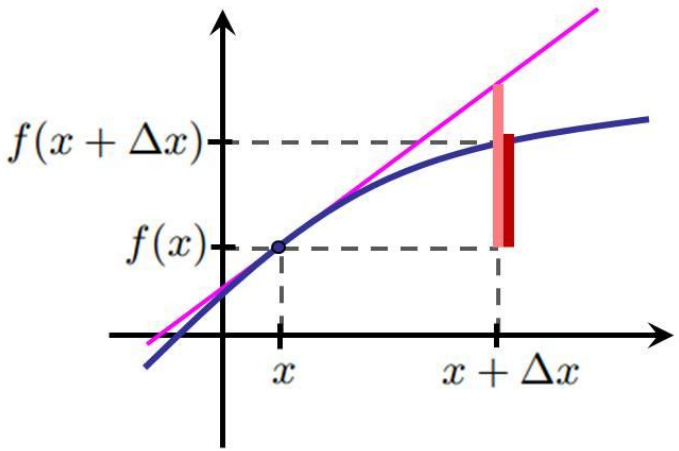
Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx.



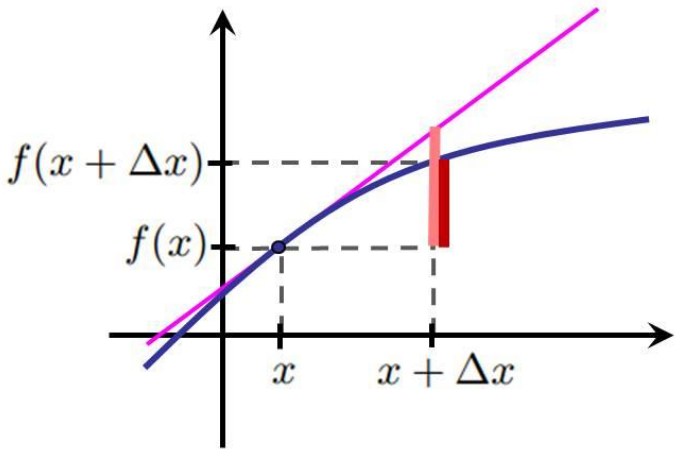
Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx.



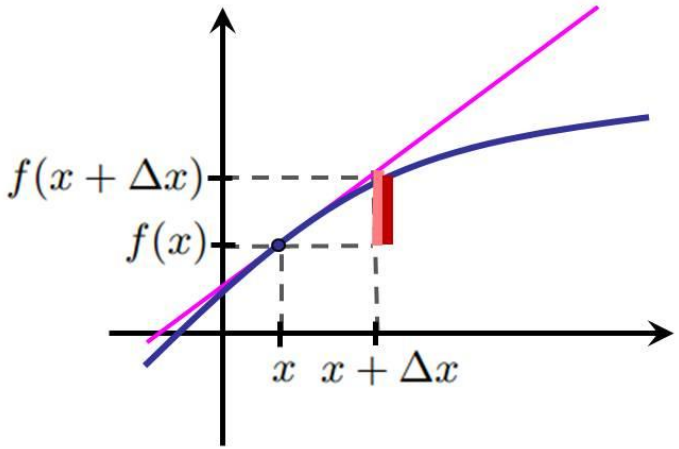
Diferencijal

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija derivabilna u točki $x \in X$. Tada je *diferencijal* $df(x)$ funkcije f u točki x definiran sa $df(x) = f'(x)\Delta x$.

Pokažimo da je za dovoljno mali Δx razlika između:

- diferencije $\Delta f(x)$ i
- diferencijala $df(x)$

zanemarivo mala u odnosu na Δx.



Diferencijal

Zadatak.

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje.

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a)

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$f'(x) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2$$
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad \Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x \Rightarrow df(4) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x \Rightarrow df(4) = f'(4)\Delta x =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x \Rightarrow df(4) = f'(4)\Delta x = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} \quad &\Rightarrow \quad f(4) = \sqrt{4} = 2 \\ f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad &\Rightarrow \quad f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x \Rightarrow df(4) = f'(4)\Delta x = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b)

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2}$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = -\frac{4}{x^2}\Delta x$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = -\frac{4}{x^2}\Delta x \Rightarrow df(2) =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = -\frac{4}{x^2}\Delta x \Rightarrow df(2) = f'(2)\Delta x =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = -\frac{4}{x^2}\Delta x \Rightarrow df(2) = f'(2)\Delta x = -1 \cdot \frac{1}{4} =$$

Diferencijal

Zadatak. Odredi diferencijal funkcije:

a) $f(x) = \sqrt{x}$ u točki $x = 4$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{2}$,

b) $f(x) = \frac{4}{x}$ u točki $x = 2$ za pomak $\Delta x = \frac{1}{4}$.

Skiciraj geometrijsko značenje diferencijala.

Rješenje. b) Vrijedi

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \Rightarrow \quad f(2) = \frac{4}{2} = 2$$
$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad \Rightarrow \quad f'(2) = -\frac{4}{4} = -1$$

Sada je

$$df(x) = f'(x)\Delta x = -\frac{4}{x^2}\Delta x \Rightarrow df(2) = f'(2)\Delta x = -1 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) =$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija i neka je $X'' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f dva puta derivabilna.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija i neka je $X'' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f dva puta derivabilna. Tada funkciju $f'' : X'' \to \mathbb{R}$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija i neka je $X'' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f dva puta derivabilna. Tada funkciju $f'' : X'' \to \mathbb{R}$ koja broju $x \in X''$ pridružuje broj $(f')'(x) = f''(x)$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija i neka je $X'' \subseteq X$ skup svih točaka u kojima je funkcija f dva puta derivabilna. Tada funkciju $f'' : X'' \to \mathbb{R}$ koja broju $x \in X''$ pridružuje broj $(f')'(x) = f''(x)$ nazivamo derivacijom drugog reda funkcije f.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$ točka u kojoj je funkcija f dva puta derivabilna.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$ točka u kojoj je funkcija f dva puta derivabilna. Diferencijal drugog reda $d^2 f(x)$ funkcije f u točki x

Derivacije i diferencijali višeg reda

Ako je f funkcija, onda je i f' također funkcija, pa možemo razmatrati njenu derivaciju

$$f''(x) = (f')'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x + \Delta x) - f'(x)}{\Delta x}.$$

Ako broj $f''(x)$ postoji i konačan je, onda kažemo da je:

- funkcija f **dva puta derivabilna** u točki x,
- broj $f''(x)$ **derivacija drugog reda** funkcije f u točki x.

Definicija. Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija, te neka je $x \in X$ točka u kojoj je funkcija f dva puta derivabilna. Diferencijal drugog reda $d^2 f(x)$ funkcije f u točki x definiran je sa $d^2 f(x) = f''(x) \cdot \Delta x^2$.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Općenito definiramo:

Derivacije i diferencijali višeg reda

Općenito definiramo:

- derivaciju $n-$tog reda $f^{(n)}(x)$ funkcije f u točki x

Derivacije i diferencijali višeg reda

Općenito definiramo:

- derivaciju $n-$tog reda $f^{(n)}(x)$ funkcije f u točki x induktivno sa

$$f^{(n)}(x) = \left(f^{(n-1)}\right)'(x),$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Općenito definiramo:

- derivaciju $n-$tog reda $f^{(n)}(x)$ funkcije f u točki x induktivno sa

$$f^{(n)}(x) = \left(f^{(n-1)}\right)'(x),$$

- diferencijal $n-$tog reda $d^n f(x)$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Općenito definiramo:

- derivaciju $n-$tog reda $f^{(n)}(x)$ funkcije f u točki x induktivno sa

$$f^{(n)}(x) = \left(f^{(n-1)}\right)'(x),$$

- diferencijal $n-$tog reda $d^n f(x)$ sa

$$d^n f(x) = f^{(n)}(x) \cdot \Delta x^n.$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je:

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a)

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \Rightarrow$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) =$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b)

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = e^x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = e^x \quad \Rightarrow \quad f'(x) =$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = e^x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = e^x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = e^x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = e^x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f''(x)$ ako je: a) $f(x) = x^3 + 3x^2$, b) $f(x) = e^x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 + 3x^2 \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 + 6x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = 6x + 6 \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = e^x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = e^x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = e^x \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je:

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$,

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje.

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a)

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sin x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sin x \quad \Rightarrow \quad f'(x) =$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$f(x) = \sin x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \cos x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b)

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = \ln x$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = \ln x \quad \Rightarrow \quad f'(x) =$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$f(x) = \ln x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{4}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\tfrac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\frac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \frac{2}{x^3} \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\tfrac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \tfrac{2}{x^3} \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\tfrac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \tfrac{2}{x^3} \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = 2 \cdot (\tfrac{-3}{x^4}) = \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\tfrac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \tfrac{2}{x^3} \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = 2 \cdot (\tfrac{-3}{x^4}) = -\tfrac{6}{x^4} \end{aligned}$$

Derivacije i diferencijali višeg reda

Zadatak. Odredi $f^{(4)}(x)$ ako je: a) $f(x) = \sin x$, b) $f(x) = \ln x$.

Rješenje. a) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \sin x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \cos x \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\sin x \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = -\cos x \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = \sin x \end{aligned}$$

b) Vrijedi

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x \quad &\Rightarrow \quad f'(x) = \tfrac{1}{4} \\ &\Rightarrow \quad f''(x) = -\tfrac{1}{x^2} \\ &\Rightarrow \quad f'''(x) = \tfrac{2}{x^3} \\ &\Rightarrow \quad f^{(4)}(x) = 2 \cdot (\tfrac{-3}{x^4}) = -\tfrac{6}{x^4} \end{aligned}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat).

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski:

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

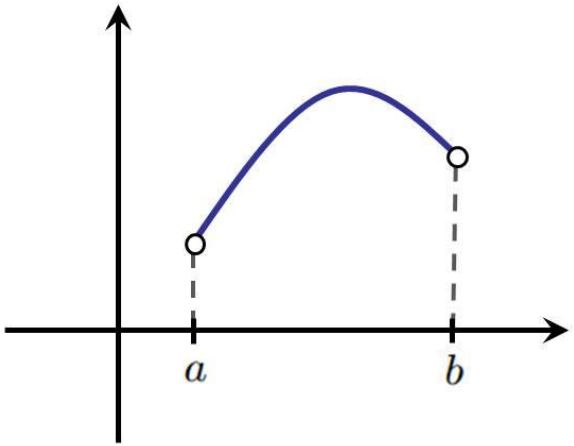
Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

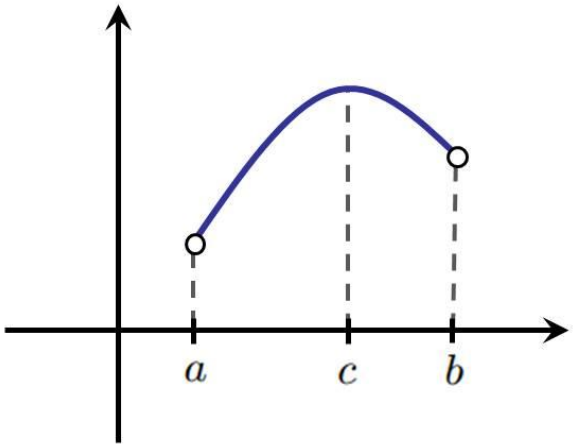
Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

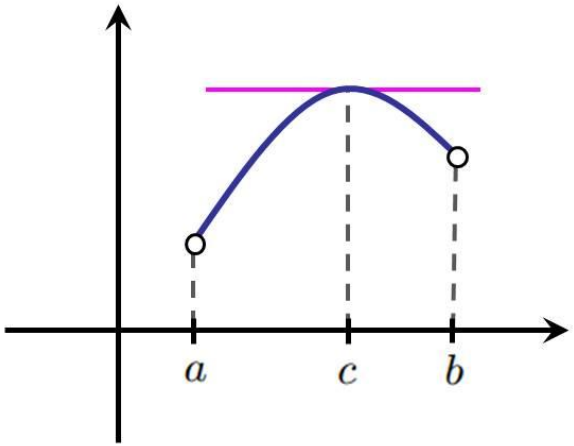
Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

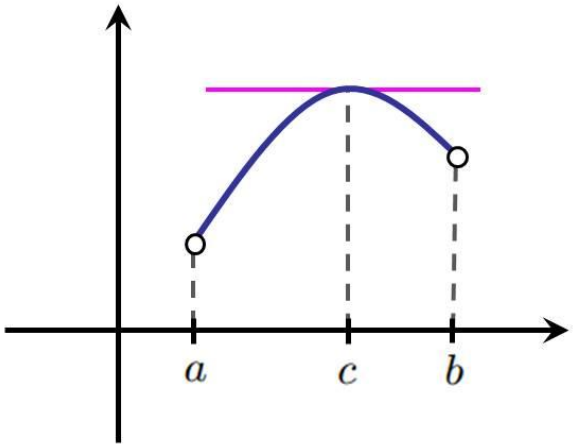
Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.

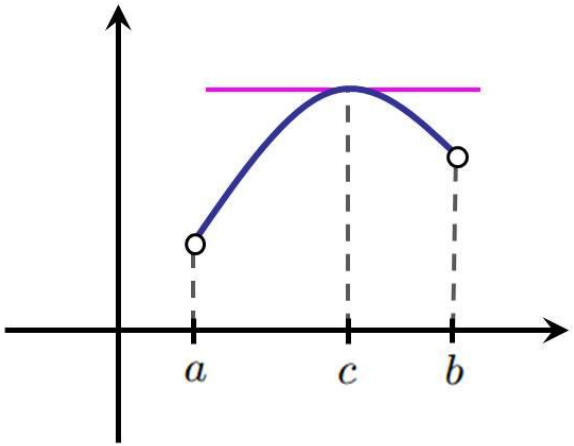


Napomena.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.

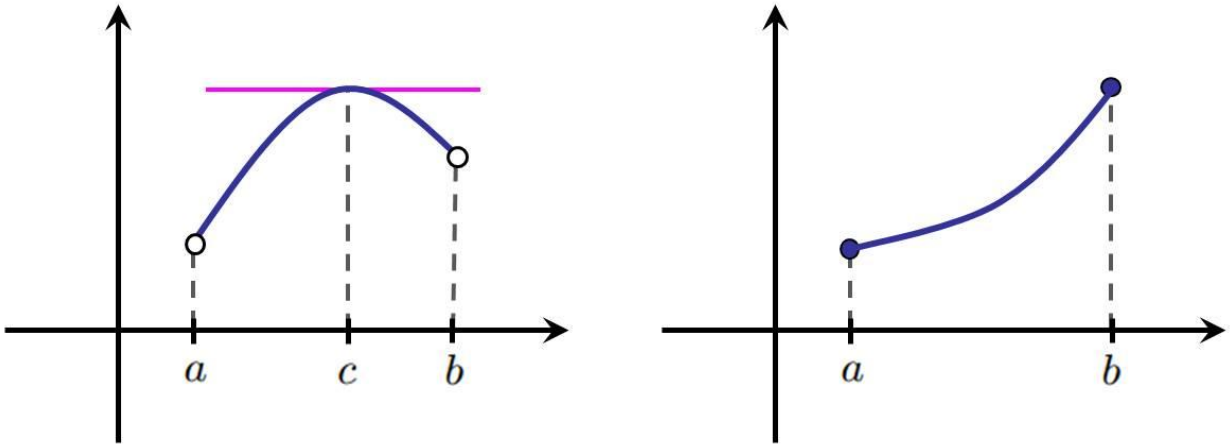


Napomena. Uvjet da točka c bude unutarnja je važan!

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.

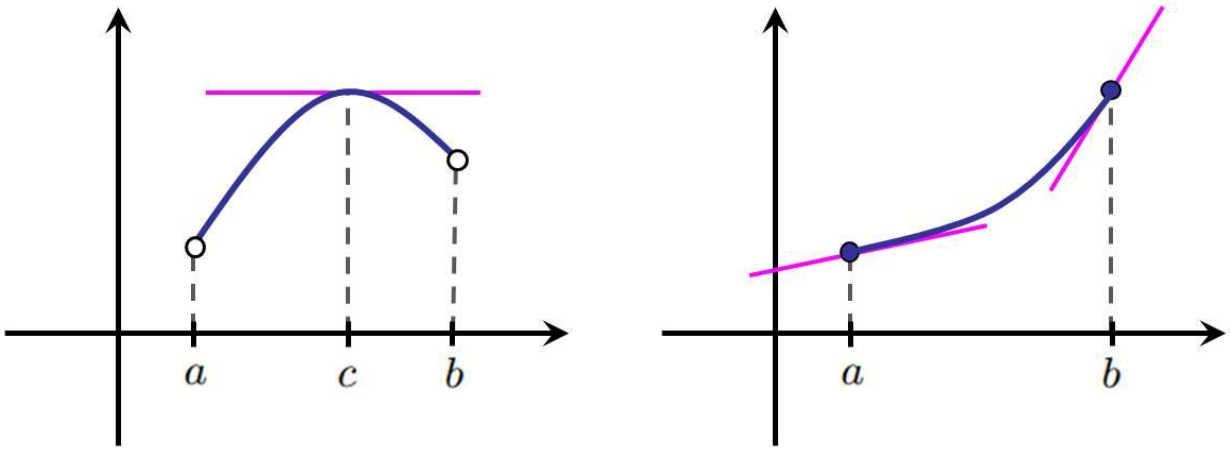


Napomena. Uvjet da točka c bude unutarnja je važan!

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Fermat). Neka funkcija $f : X \to \mathbb{R}$ na intervalu $[a, b] \subseteq X$ najveću ili najmanju vrijednost postiže u unutarnjoj točki $c \in \langle a, b \rangle$ intervala. Ako je funkcija f derivabilna u točki c, onda je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako u **unutarnjoj** točki intervala c s najmanjom ili najvećom funkcijskom vrijednošću tangenta na graf postoji, onda je ta tangenta vodoravna.



Napomena. Uvjet da točka c bude unutarnja je važan!

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle).

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski:

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

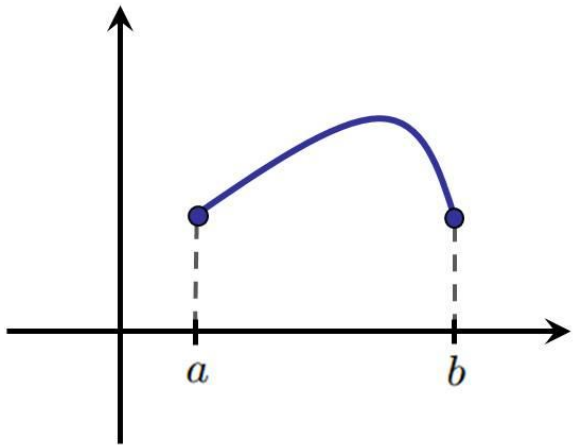
Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

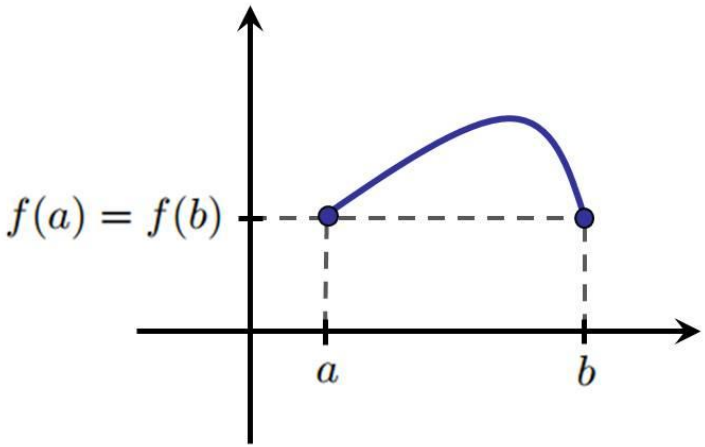
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

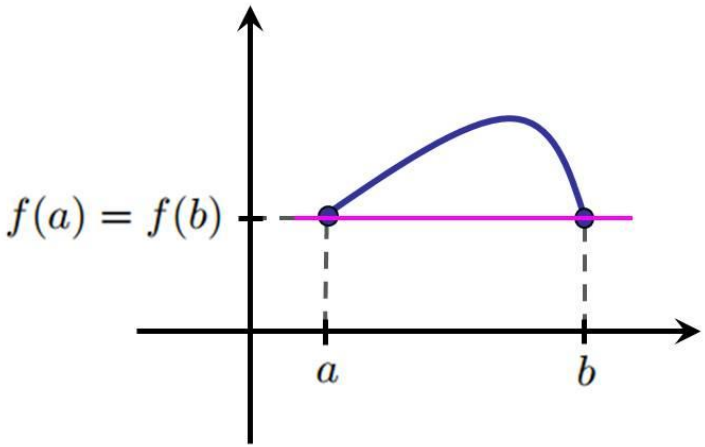
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

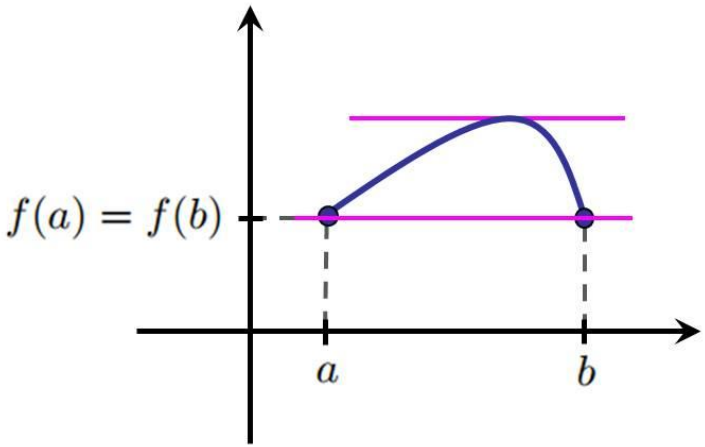
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

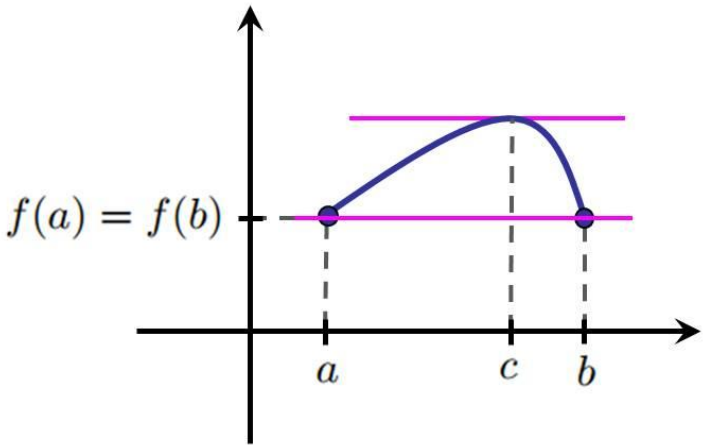
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

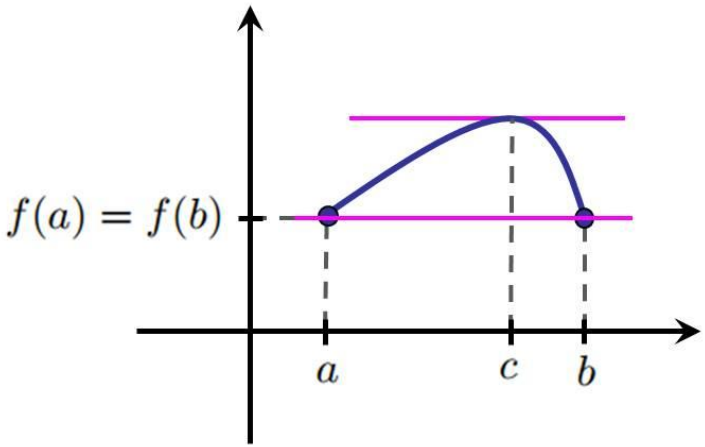
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

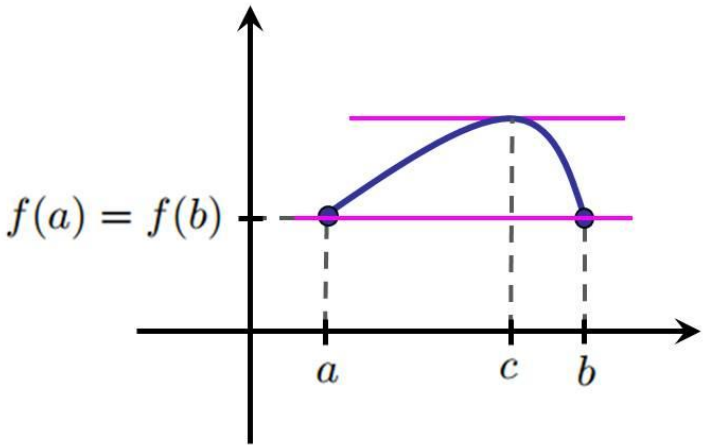


Napomena.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

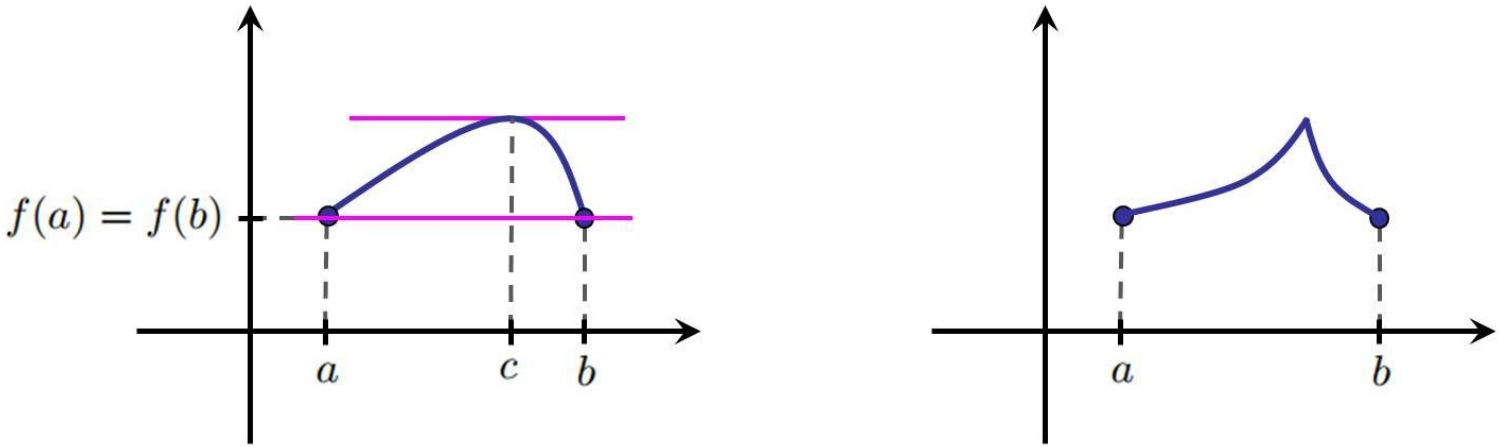


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

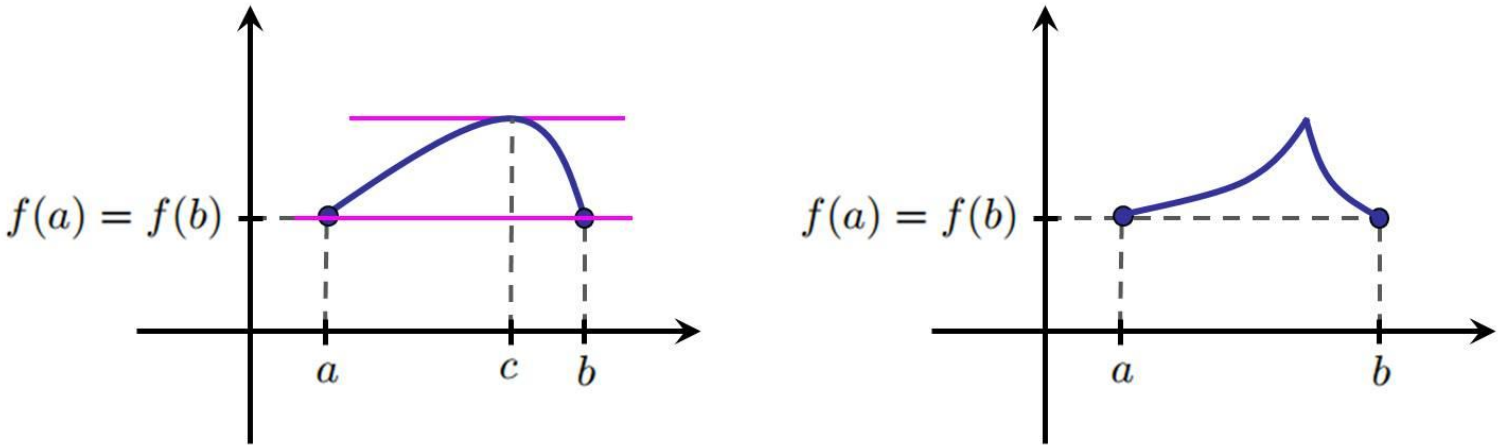


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

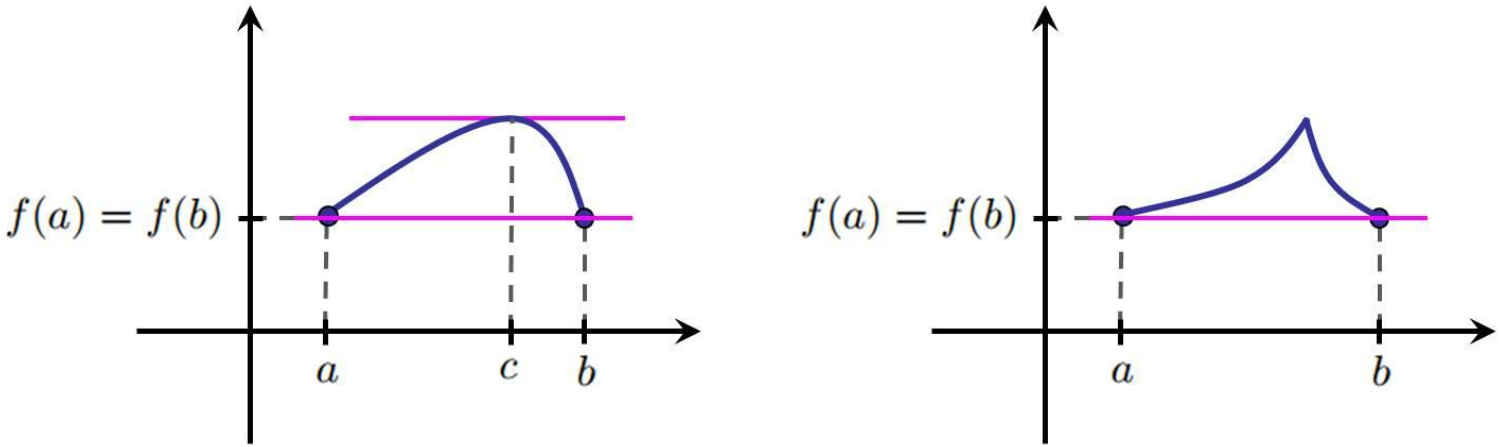


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

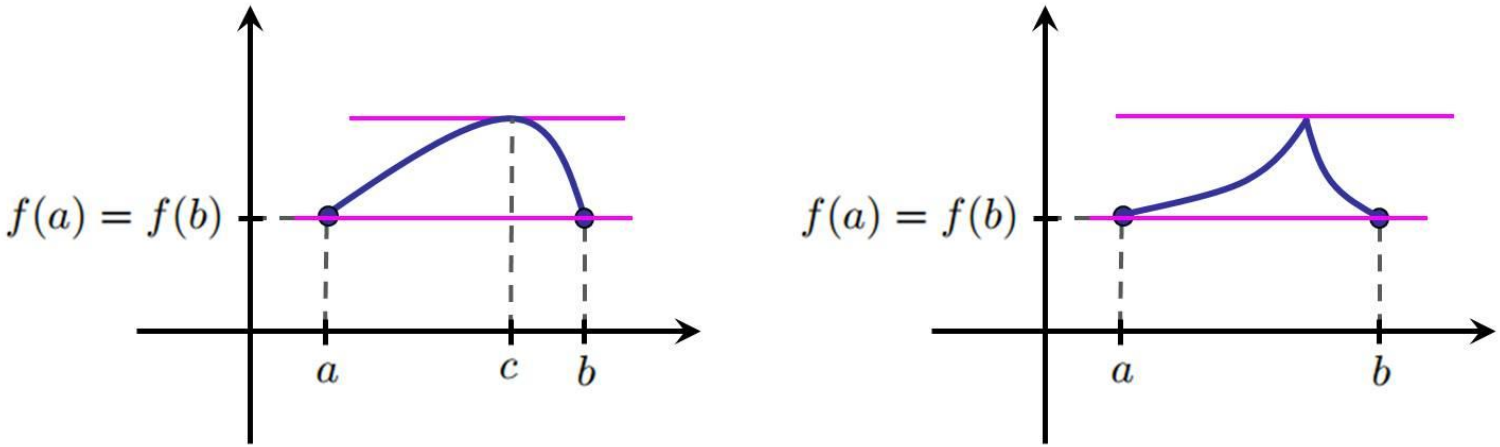


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

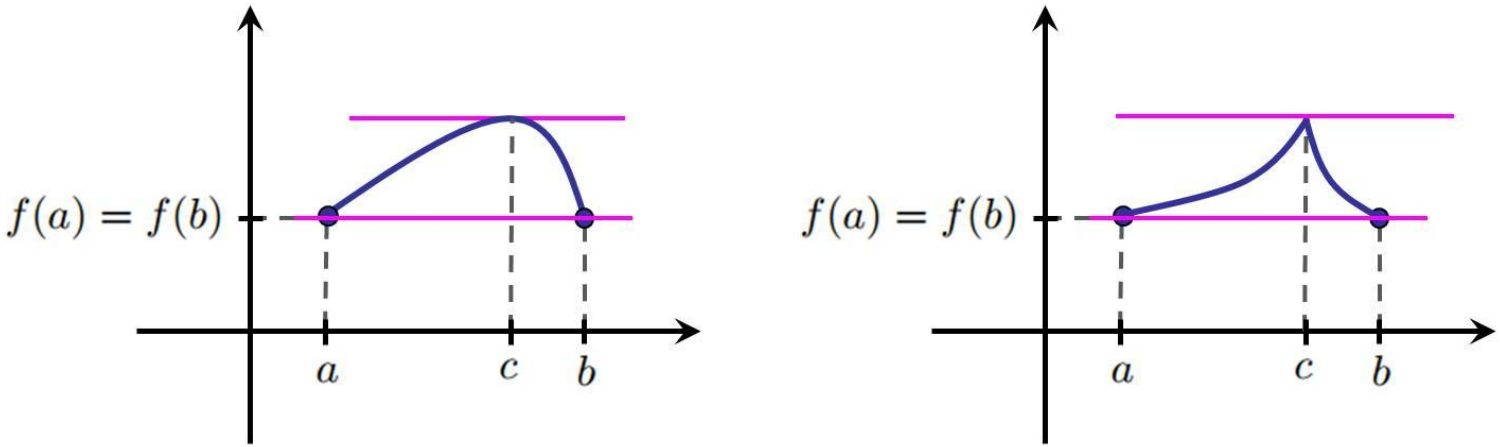


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

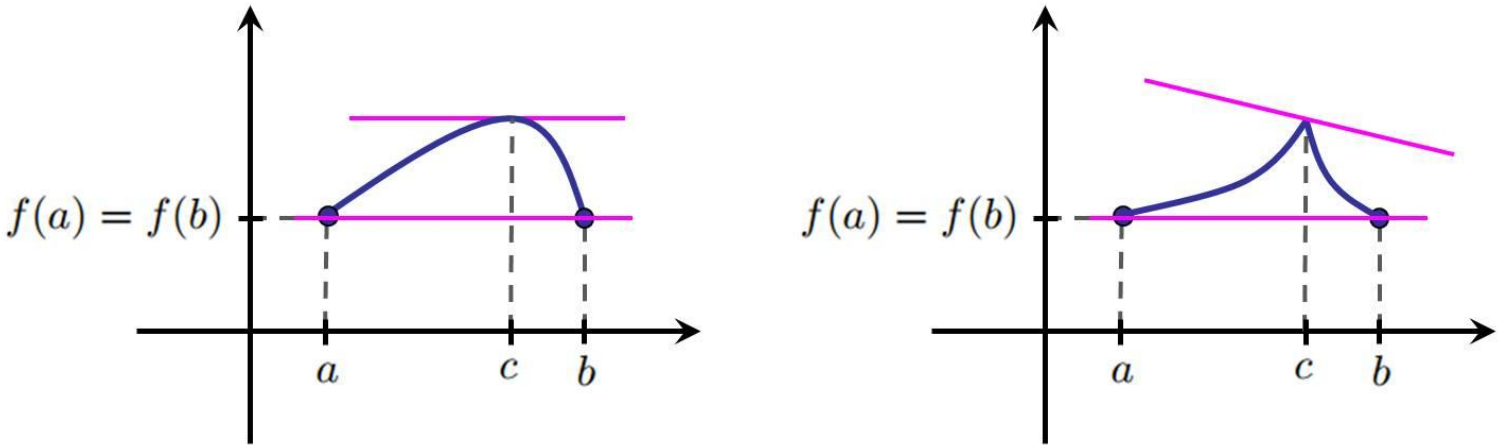


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

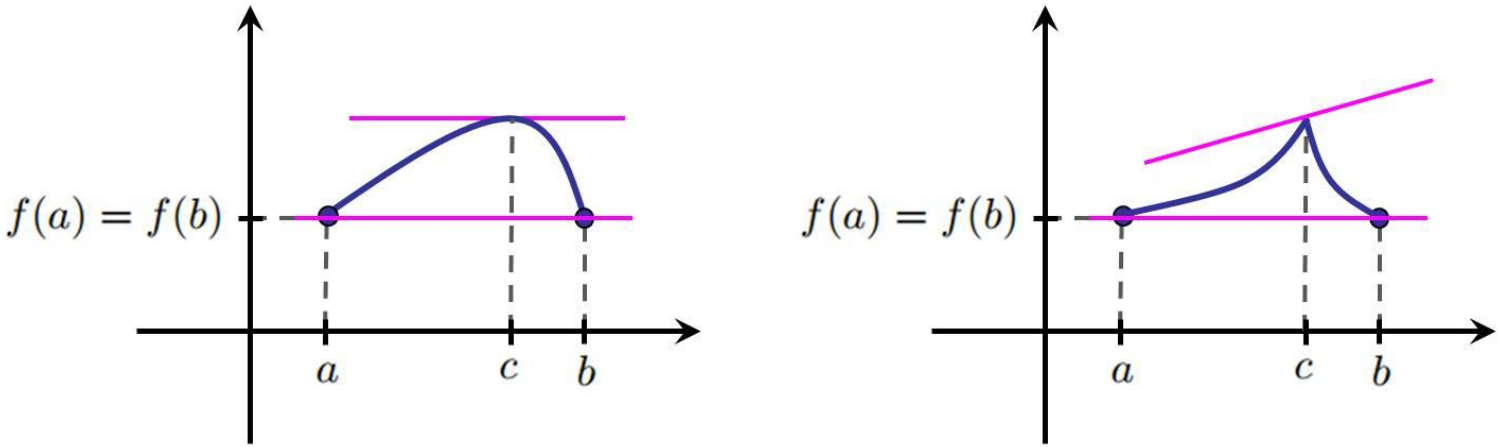


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.

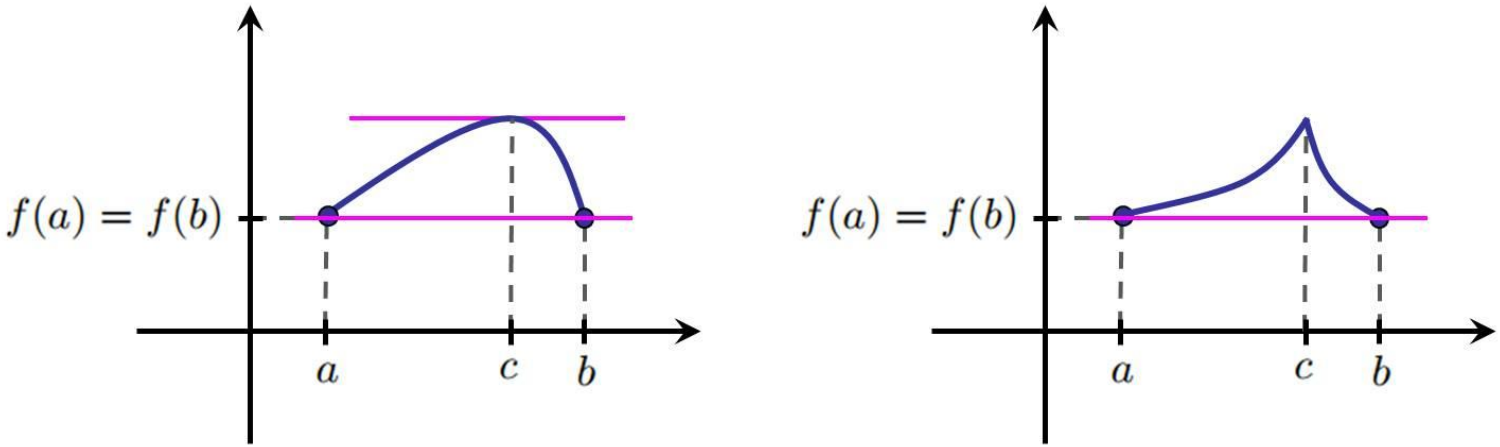


Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Rolle). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na zatvorenom intervalu $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $f(a) = f(b)$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je $f'(c) = 0$.

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ vodoravna, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta vodoravna.



Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy).

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ intervala

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b \rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b \rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = \end{cases}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = 1 \end{cases}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = 1 \\ g(b) - g(a) = \end{cases}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = 1 \\ g(b) - g(a) = b - a \end{cases}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g'(x) = 1 \\ g(b) - g(a) = b - a \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Cauchy). Neka su f i g funkcije koje su neprekidne na zatvorenom intervalu $[a, b]$, derivabilne na otvorenom intervalu $\langle a, b\rangle$, te neka je $g'(x) \neq 0$ za svaki $x \in \langle a, b\rangle$. Tada postoji unutarnja točka $c \in \langle a, b\rangle$ intervala takva da je

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Ako stavimo:

$$g(x) = x \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g'(x) = 1 \\ g(b) - g(a) = b - a \end{array} \right\} \Rightarrow f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange).

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski:

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

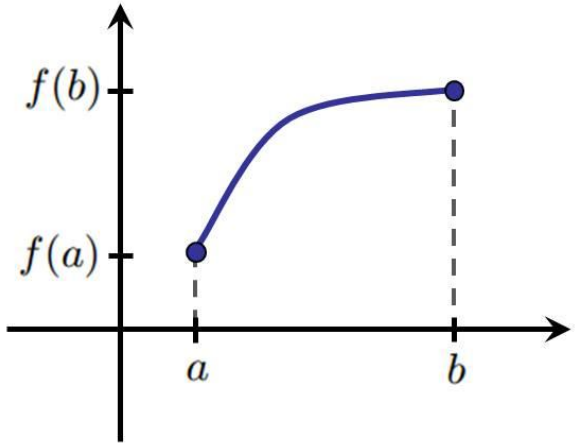
Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.

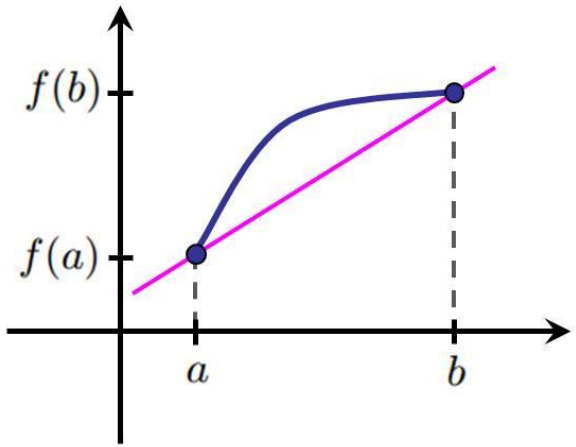


Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.

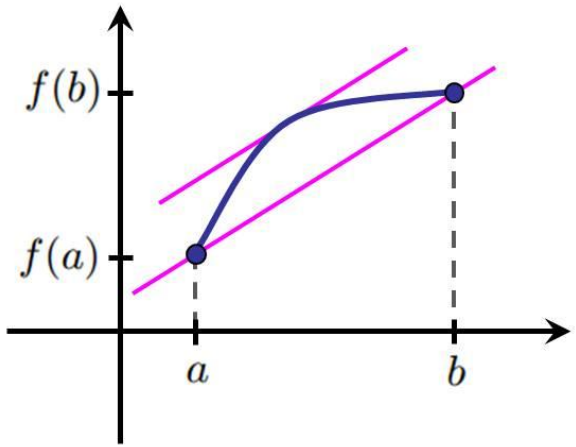


Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.

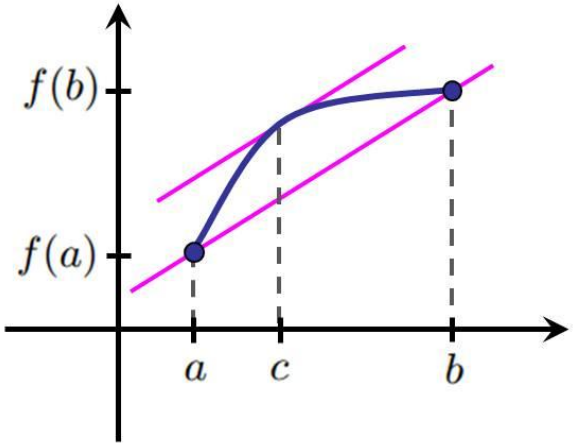


Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.

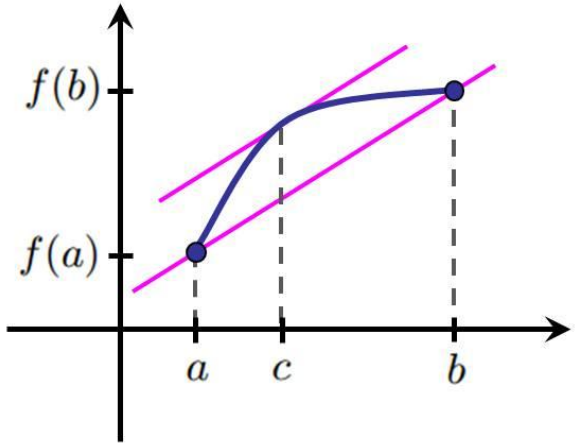


Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



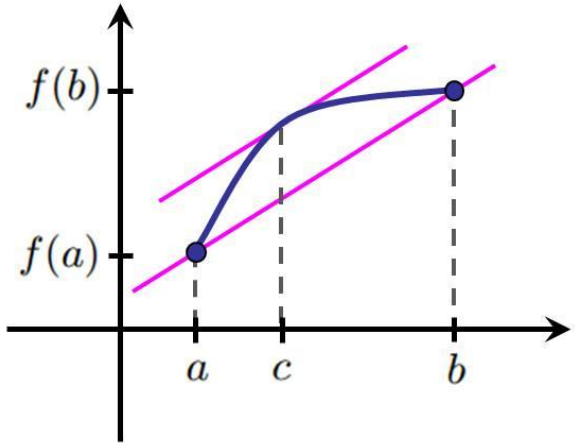
Napomena.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



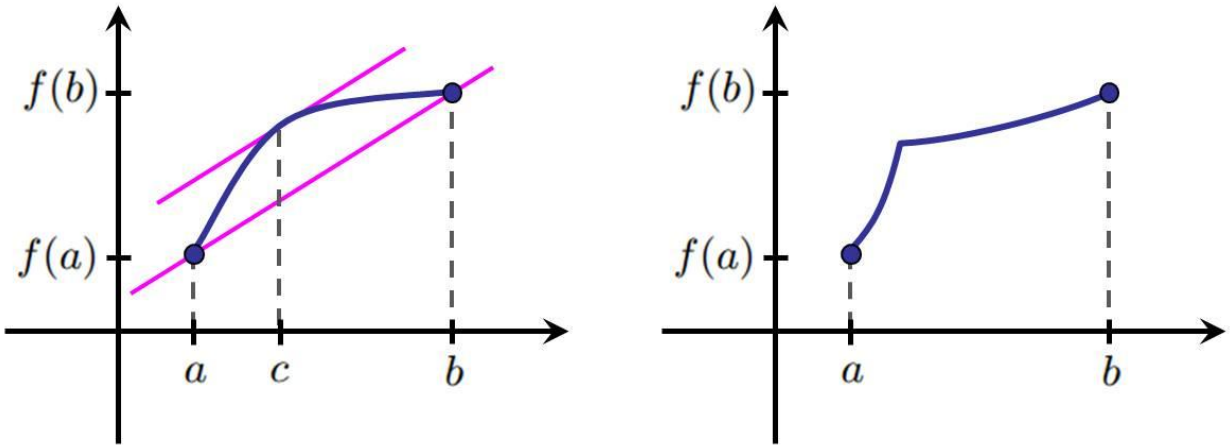
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



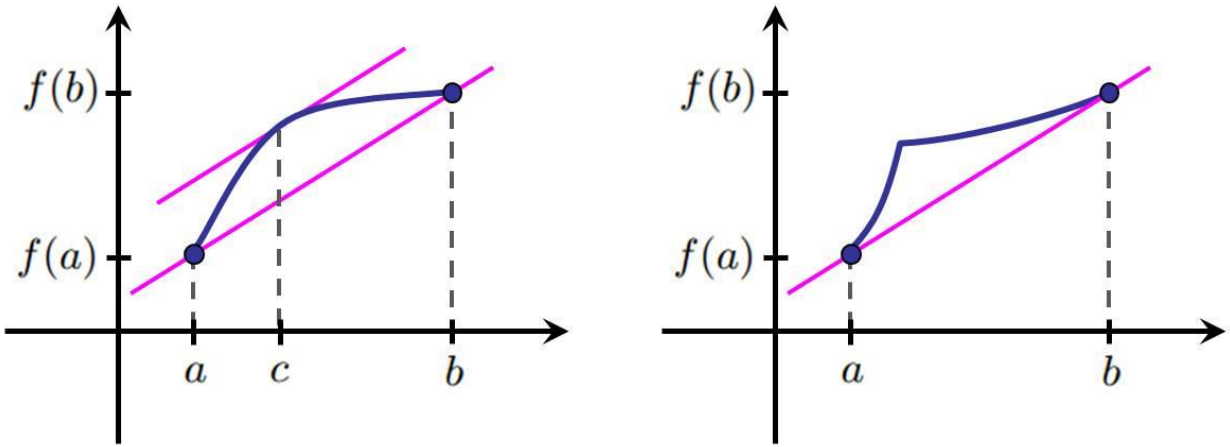
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



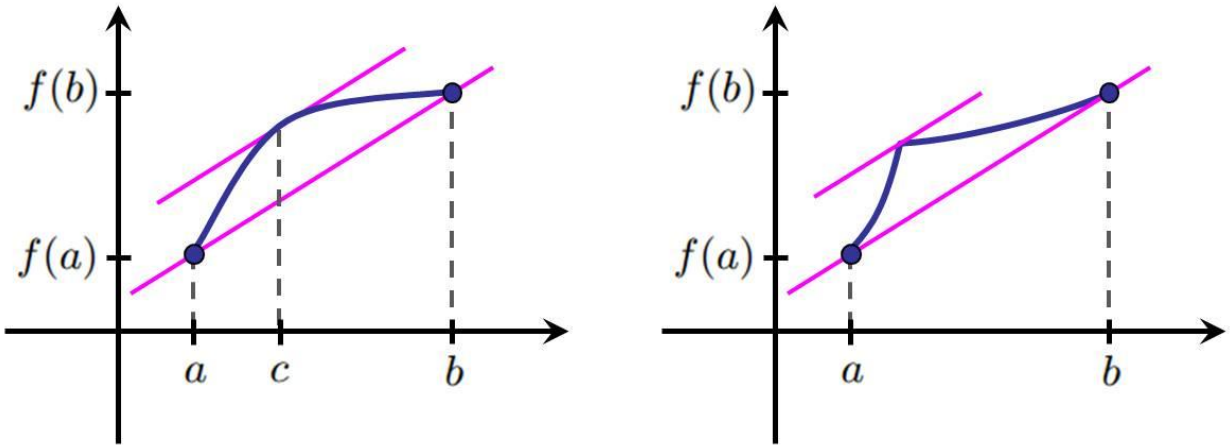
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



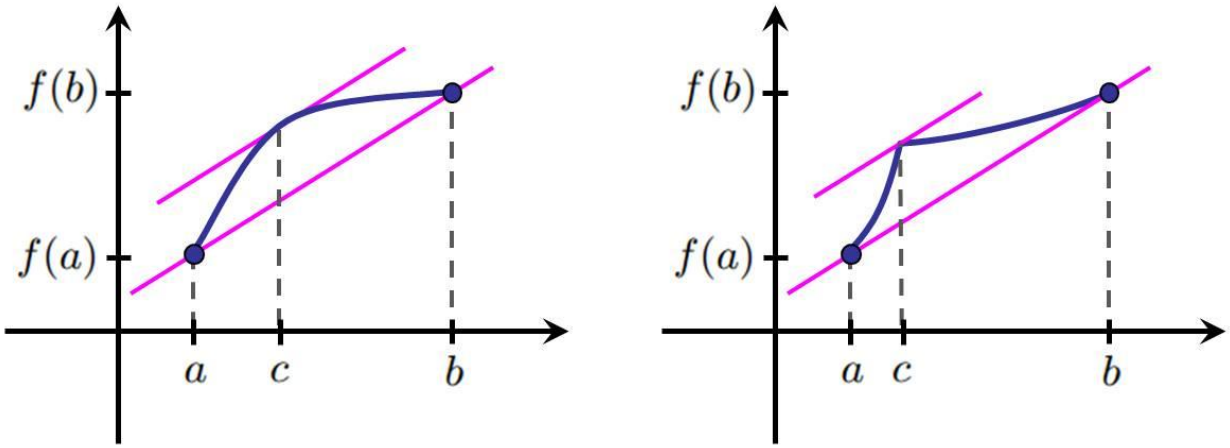
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



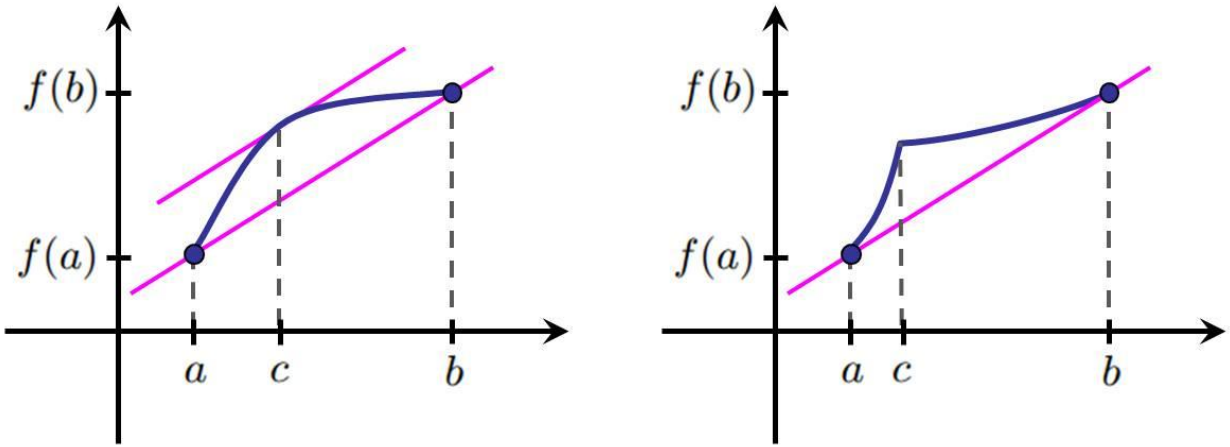
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (Lagrange). Neka je $f : X \to \mathbb{R}$ funkcija koja je neprekidna na $[a, b] \subseteq X$, derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Tada postoji točka $c \in \langle a, b \rangle$ takva da je

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Geometrijski: ako je sekanta kroz rubove intervala $[a, b]$ kosa, onda postoji unutarnja točka c u kojoj je tangenta paralelna sa sekantom.



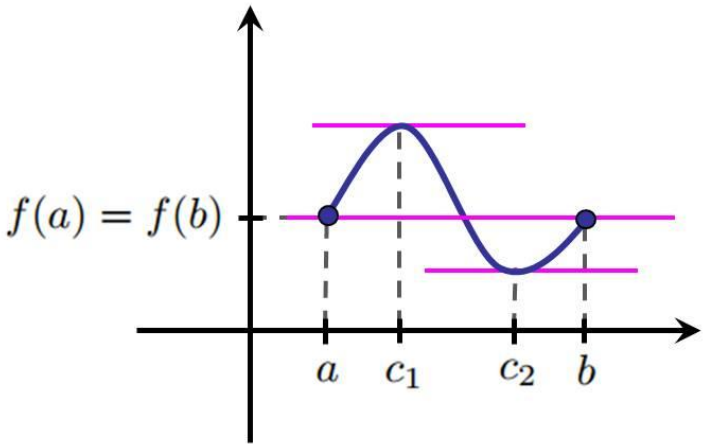
Napomena. Uvjet derivabilnosti funkcije f na intervalu $\langle a, b \rangle$ je važan.

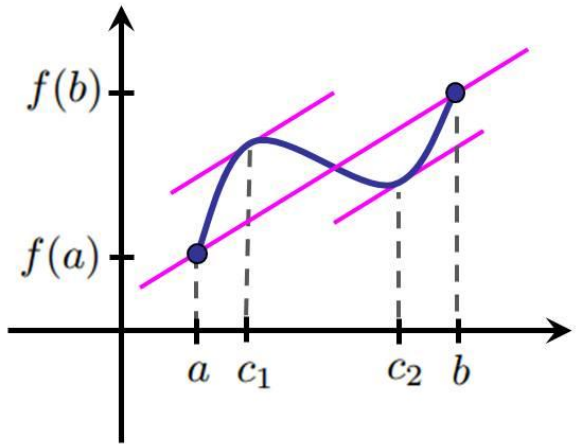
Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Uočimo da može postojati više točaka c iz Teorema Rollea i Lagrangea:

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Uočimo da može postojati više točaka c iz Teorema Rollea i Lagrangea:





Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo).

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} =$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} =$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

1) L'Hospitalovo pravilo vijedi i kada $x \to +\infty$ ili $x \to -\infty$,

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

1) L'Hospitalovo pravilo vijedi i kada $x \to +\infty$ ili $x \to -\infty$, za neodređeni oblik ∞/∞

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

1) L'Hospitalovo pravilo vijedi i kada $x \to +\infty$ ili $x \to -\infty$, za neodređeni oblik ∞/∞ te za limese i derivacije slijeva ili zdesna.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

1) L'Hospitalovo pravilo vijedi i kada $x \to +\infty$ ili $x \to -\infty$, za neodređeni oblik ∞/∞ te za limese i derivacije slijeva ili zdesna.
2) L'Hospitalovo pravilo se može primijeniti više puta uzastopce.

Osnovni teoremi diferencijalnog računa

Teorem (L'Hospitalovo pravilo). Neka za funkcije $f, g : X \to \mathbb{R}$ vrijedi

$$\lim_{x \to c} f(x) = 0 \text{ i } \lim_{x \to c} g(x) = 0$$

pri čemu je $c \in \langle a, b \rangle \subseteq X$. Neka su f i g neprekidne na skupu $[a, b]$ i neprekidno derivabilne na skupu $\langle a, b \rangle \setminus \{c\}$. Ako postoji $\lim_{x \to c} f'(x)/g'(x) = k$, pri čemu je $k \in \mathbb{R}$ ili $k = +\infty$ ili $k = -\infty$, onda je

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = k$$

Napomena.

1) L'Hospitalovo pravilo vijedi i kada $x \to +\infty$ ili $x \to -\infty$, za neodređeni oblik ∞/∞ te za limese i derivacije slijeva ili zdesna.
2) L'Hospitalovo pravilo se može primijeniti više puta uzastopce.
3) Ostali neodređeni oblici se pogodnim transformacijama mogu svesti na jedan od oblika $0/0$ ili ∞/∞.